審査の結果の要旨

論文題目　退化した流れに対するKM$_2$O-ランジュヴァン方程式論

論文提出者氏名　松浦 真也

マサニ・ウイーナーは1959年に大域的な1次元確率過程 $\mathbf{X}=(X(n);n\in\mathbf{Z})$ に関する次の3条件

(S):強定常性、(B):有界性、(P):有限次元分布の支えのルベーグ測度が正である

の下で、確率過程 $\mathbf{X}$ に対する非線形予測子 $E(X(p)|X(n),n\leq 0)$ $(p>0)$ を確率変数 $X(n)$ $(n\leq 0)$ の多項式の極限としてフーリエ級数展開を用いて表現した。

上の3条件の中で特に2条件 $(B),(P)$ を緩めることと共に非線形予測子を構成的に計算するアルゴリムを求める問題は、41年後の今でも、マサニ・ウイーナーの非線形予測問題として確率論における大きな未解決問題である。

条件 (S) と大域性を除くことを目的として、線形予測問題とは異なり、1961年のカールマンによって、マルコフ性をもつ局所的な確率過程を入力とする線形な推定（フィルター）問題が研究され、推定とその誤差を計算するアルゴリズムが求まり、工学で応用された。しかし、非線形推定問題は未解決である。

一方、統計物理学における揺動散逸定理の数学的構造の研究と確率過程の非線形情報解析の研究を基盤に、「始めにモデルありき」ではなく「データからモデル」の姿勢で、時系列データの定常性と因果性を検証し、時系列データの背後にあるモデルとしてのKM$_2$O-ランジュヴァン方程式を必要条件として導き出し、時系列の将来を予測することを目的とするKM$_2$O-ランジュヴァン方程式論が岡部によって展開されてきた。

今までのKM$_2$O-ランジュヴァン方程式論は非退化な確率過程を主として対象として研究されてきた。その応用として、岡部・大塚は1995年にマサニ・ウイーナーの研究で仮定された同じ3条件の下で、非線形予測子を構成的に計算するアルゴリズムを求めた。

しかし、上の条件 $(B),(P)$ を緩めることは未解決であった。特に、条件 (P) を緩めることは、KM$_2$O-ランジュヴァン方程式論の立場からは退化した確率過程を扱う必要がある。さらに、時系列の決定性の研究にも退化した確率過程を扱わねばならず、計量ベクトル空間内の退化した流れに対するKM$_2$O-ランジュヴァン方程式論の建設は急務であった。

本論文は「退化した流れに対するKM$_2$O-ランジュヴァン方程式論」と題し、6章からなり、第1章「序論」ではマサニ・ウイーナーの非線形予測問題の解決に際し、退化した流れに対するKM$_2$O-ランジュヴァン方程式論を構築する必要性を説明している。

第2章「KM$_2$O-ランジュヴァン方程式論と揺動散逸定理」では、計量ベクトル空間内の多次元の一般の流れを対象とし、流れの時間発展を記述するKM$_2$O-ランジュヴァン方程式が導かれている。その際、散逸的な部分と揺動的な部分にいつも分解できるが、散逸的な部分の係数行列を何らかの条件の要請無しでは一意的に決めることはできないことを注意する必要がある。そこで、流れの共分散行列関数から作られるブロックテープリッツ行列のブロックコレスキー分解を用いて、流れの散逸的な部分の係数行列を求める一つの方法を与え、流れの時間発展を記述する方程式（KM$_2$O-ランジュヴァン方程式）を導い

ている。さらに、散逸的な部分の係数行列と揺動的な部分の分散行列の間にあるパラメーターを導入することによって一定の関係式が成り立つという揺動散逸定理を示している。さらに、流れが定常性を満たすとき、上の揺動散逸定理がパラメーターを導入することなく簡潔に書き直せることを証明している。

第3章「ウエイト変換」では、退化した一般の流れの散逸的部分の係数行列を構成的に求めるアルゴリズムを求めるために、与えられた流れに無相関な非退化な流れをウエイトをつけて加えるというウエイト変換を導入する。このとき、流れは非退化になるので、その散逸的部分の係数行列は一意的に定まる。この章でのポイントはこれらの係数行列がウエイトを 0 に近づけたとき収束することを収束の速度に対する評価と共に示し、極限として求められる係数行列の特徴付けが行列ノルムが最小という形で与えられる事を示したことである。さらに、ウエイト変換の応用として、二つの流れの間の線形因果性を特徴付ける因果関数の具体的な表現式を退化した場合にも求めている。これは、一つの流れの決定性を調べる場合は退化した流れを扱うことになり、非線形な推定問題の研究にも有力な手がかりを与え、重要な結果である。

第4章「非線形予測問題」では、確率空間 $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ 上で定義された局所的な1次元の確率過程 $\mathbf{X} = (X(n); l \leq n \leq r)$ を対象とする。この章では、条件 (B) をドブルーシン・ミンロスの研究で調べられた次の条件

(E):任意のn $(l \leq n \leq r)$ に対して, 正数 λ_0 が存在して, 任意の実数 λ $(|\lambda| \leq \lambda_0)$ に対し, $E(\exp\{\lambda X(n)\}) < \infty$ が成立する

で置き換えるのみで、条件 $(S), (P)$ を仮定せず、第3章で証明した退化した一般の流れの散逸的部分の係数行列を構成的に求めるアルゴリズムと確率過程の非線形情報解析・線形予測解析を用いることによって、確率過程 $\mathbf{X}$ の非線形予測子を計算するアルゴリズムが求められた。

第5章「実証解析」では、ウエイト変換が導入されるきっかけとなったKM_2O-ランジュヴァン方程式論に基づく時系列の定常性のテスト–Test(S)–を対象として、力学系写像から得られる退化した定常な時系列に対し、ウエイト変換を施した時系列が Test(S) を通過するかどうかを、ウエイトの大きさをいろいろ変えて調べている。特に、ロジスティック写像に付随する退化した強定常過程に対するKM_2O-ランジュヴァン行列を具体的に求め、第3章で与えられた散逸行列に関する収束の速度の評価が最良であることを示している。さらに、力学系写像から得られる非定常な時系列に対しても同様のシミュレーションを行い、定常な場合と比較している。

第6章「結論」では、全体の総括が述べられ、本研究の学問的な位置づけと今後の問題に触れている。

本研究の独創的な点は、ウエイト変換の理論的な研究を通じて、退化した流れを非退化な流れに帰着させる手法を確立させ、退化した流れの時間発展を記述するノルム最小型のKM_2O-ランジュヴァン方程式を導いた点と局所的な確率過程に対する非線形情報解析の理論を用いることによって、1次元の局所的な確率過程の非線形予測子を構成的に計算するアルゴリムを求める問題を、条件 (B) をドブルーシン・ミンロスの研究で調べられた条件 (E) に緩めるのみで、条件 $(S), (P)$ を全く必要なく、解決した点である。非線形予測問題を解決しただけでなく、非線形因果問題・非線形推定問題・非線形時系列解析の理論的・応用的基盤を与える新たな道を開いたといえるので、数理工学に寄与するところ大であると判断する。

よって本論文は博士(工学)の学位論文として合格と認められる。