

審査の結果の要旨

論文提出者氏名 フランチェスコ・ボルポーニ

核融合炉心プラズマや天体・宇宙プラズマにおいて、電磁場とプラズマ流との相互作用によって引き起こされる、さまざまな過渡現象が重要な研究課題となっている。特に、プラズマ中に励起される電磁場の揺らぎが、プラズマ流によって変形されることによって安定化される効果や、逆に流れの非一様性によって引き起こされる不安定性の存在などは、核融合プラズマの閉じ込め特性や天体・宇宙プラズマの構造形成などを理解するために重要な鍵となる。しかし、非一様な流れ（シヤ一流）をもつプラズマの揺らぎを解析することは、非エルミート性という数学的困難があつて、厳密な理論は非開拓の領域にあるといわざるをえない。本研究は、最近の実験研究において注目されている現象を取り上げ、これを厳密に解析して理論的基礎を築いており、非エルミート系の解析に新たな展開を与えるものである。

シヤ一流の影響によって、線形理論においても、系の時間発展は極めて複雑になる。揺らぎとシヤ一流の相互作用をポテンシャル力の形式に書くことができず、系のエネルギーがうまく表現できるからである。これが、すなわち非エルミート性の問題である。第1章では、非エルミート系の数学的な問題を、エルミート系に関する一般的理論（von Neumann のスペクトル分解理論）との比較を行ないながら解説している。非エルミート生成作用素は、一般的には、直交固有関数によって展開することができない。このために、「モード」の間に複雑な相互作用が生じる。この困難な問題を解析的に解決するために、本研究では二つの数学的な方法を開発している。一つは、モードの概念を一般化し、時間的に変動するモードをうまく定義することによって、運動の表現を単純化しようとするものである。第2章では、この方法の数学的な特徴を論じ、「Kelvin の方法」として流体力学で使われてきた解析法の基礎付けと一般化を行なっている。第3章では、この方法をプラズマの問題に応用している。もう一つの方法は、摂動法に基づくものである。モード間の相互作用の中で共鳴的なものは永年摂動(secular perturbation)となる。第4章では、これを繰り込むこと(renormalization)によって、揺らぎの振る舞いを解析的に表現している。

本論文で論じている物理的な主題は、シヤ一流によって起こる揺らぎの変形が、長時間的な振る舞いとして、揺らぎを安定化するということである。これは、乱流理論などの半現象論的な理論モデルで広く採用されている基本的なモチーフであるが、厳密な証明はなかった。本論文の第3章では、空間的に非一様な Galilei 変換を用いる Kelvin の方法を一般化して応用し、流れをもつトカマクプラズマにおける電流駆動型の不安定性（キンク不安定性）に対する、シヤ一流の安定化効果について検証している。シヤ一流が座標の1次

関数で表わされる場合、シヤー流によって変形する Fourier モードを用いてプラズマの運動を表現すると、各モードの運動は、それぞれ独立な常微分方程式によって記述される。この常微分方程式は、摩擦力をもつ Newton の運動方程式の形に書け、その過渡的な運動の特徴、時間漸近挙動を厳密に解析できる。摩擦力は、シヤー流によるミキシング効果を表わすものであり、これがキंक不安定性の駆動力を卓越し、安定化することを示している。

第 4 章では、摂動解析の方法によって、一般的な（第 3 章で扱ったような、座標の 1 次関数とは限らない）シヤー流が引き起こすモード間の相互作用を解析している。非線形システムと同様に非エルミート性は作用素の固有モードの連結を起こす。このような系の摂動解析においては、共鳴的な相互作用によって時間に関する代数的発散すなわち *secularity* の問題が発生する。本章では、静電的な運動（流体の Kelvin-Helmholtz 不安定性、あるいは非中性プラズマのダイオコトロン不安定性）を記述する Rayleigh 方程式について解析している。単純な摂動展開の 1 次の項は発散することが容易に示される。この発散は繰り込み群（renormalization group）と strained parameters の二つの方法によって繰り込むことができることを示した。この二通りの方法により導かれた表現は同一である。解析の結果、十分弱いシヤー流に対して、長時間的には指数関数的な減衰が起こることが示された。この結果は、静電モードなどの乱流理論に対して用いられているモデルの理論的な基礎を与えるものである。

以上を要するに、本論文は流れをもつプラズマにおける揺らぎの過渡的変動および時間漸近挙動を理論的に研究し、シヤー流による揺らぎの変形が、揺らぎの安定化あるいは減衰を引き起こすことを厳密な解析によって示したものである。また、その理論的手法は、非エルミート系の理論解析という困難な問題に一つの道を拓いたものといえる。本研究は、システム量子工学におけるプラズマ理工学の発展に貢献するところが大きい。

よって本論文は博士(工学)の学位請求論文として合格と認められる。