

論文の内容の要旨

論文題目 Numerical Studies on Complex Behavior
in Replicator Dynamics
(レプリケータ系における複雑な振舞いの
数値シミュレーション)

氏名 橋本 康

本研究の目的は、レプリケータダイナミクスを生態系の進化を扱えるように拡張し、そのダイナミクスの持つ性質を調べることである。レプリケータ方程式は Taylor, Jonker により 1978 年に提唱され、以後、生態系やゲームダイナミクスから階層的なネットワーク系に至るまで基礎的なモデル方程式として広く受け入れられている。レプリケータ方程式は次のような非線形微分方程式である。

$$\dot{x}_i = x_i \left(\sum_j A_{ij} x_j - \sum_{j,k} x_j A_{jk} x_k \right), \text{ where } \sum x_i = 1, x_i \geq 0 (i = 1, \dots, n)$$

ここで変数 x_i は種 i の数の全体に占める割合で、 A_{ij} は種 i の種 j から受ける利得である。

この方程式の非線形性より、系は一般に複雑な振る舞いを見せると考えられるが、実際には、システムサイズ n が大きい場合でさえ、高次元の複雑な振る舞いを見せることはむしろ稀である。固定点や周期解またはヘテロクリニックサイクルなどが系のアトラクタとなつて、低次元の単純な振る舞いを見せることが多い。系の相互作用行列をランダム行列にしてもアトラクタがストレンジアトラクタとなる例を見いだすことは難しい。また、絶滅によって、系の実質的な種数が減ることはあっても、種数がもともと用意された n を越えることは有り得ない。これらのことから、生態系の多様性や複雑な振る舞いや分化などの進化的な振る舞いを記述することにはレプリケータ系には適していないとも考えられる。

そこで、系に突然変異を導入することによって、レプリケータ系を拡張することを考える。言うまでもなく、突然変異は進化の原因であり、その駆動力である。そしてある個体が別の異なる個体を作るといふ突然変異そのものは現象としては個体レベルの現象である。しかし、突然変異の導入そしてその変異率に応じて系全体の振る舞いに変化するのであれば、突然変異は系のコントロールパラメータとして捉えることができ、個体レベルのみならず、系全体の中でその役割を考えるべきであろう。また、突然変異により結果とし

て種内に広がりが出るが、レプリケータ系ではこの広がりを無視して1点に近似してしまう。しかし、種が内部に広がりをもつこと、つまり種内に多様性を持つことが系に影響を及ぼすのであれば、ここでも突然変異は個体レベルの直接的な役割でなく、種に多様性を持たせるという間接的な形での役割を担っていると言えるであろう。

本研究では、ここで述べた突然変異の2つの役割に着目し、それらを別々に扱うことによってそれぞれの可能性を検証する。実際にこの2つの要素、つまり種内の広がりと突然変異をレプリケータ方程式に導入すると、種空間を連続化し、突然変異項を加えることによって拡張された積分形式の方程式になるが、今述べたようにこの系をそのまま扱う代わりにこの2つの要素を別々に扱う方法をとる。つまり、(1)種空間の連続化を無視し、元のレプリケータ系に突然変異項を加えた系、(2)突然変異項を無視し、元のレプリケータ系の種空間を連続化した系、の2つである。突然変異項と種空間の連続化は起源は共に個体レベルでの突然変異ではあるが、このように扱うことで、それぞれの効果を検証する方法をとろうということである。

(1) 元のレプリケータ系に突然変異項を加えた系

突然変異項を導入したある対称性を持った7次元のレプリケータ系を調べると、その変異率がどんなに小さくても、系の性質が大きく変わる。さらに変異率の大きさに応じてアトラクターの構造が変化する分岐現象を見ることができる。これらのことから、突然変異は系の振る舞いを決める要素となっており、コントロールパラメータとなっていると言えよう。

また変異率がある値よりも小さい範囲では、カオス的遍歴現象と呼ばれる複雑な振る舞いを見せる。

この系は、種間の突然変異を仮定した系として考えることが出来、生態系としては現実的ではないが、ここで得られた結果を準種間の突然変異や種内での突然変異に拡張することが出来れば、種内の多様性を保つのに突然変異がどのように寄与しているかを知ることが出来るであろう。

(2) 元のレプリケータ系の種空間を連続化した系

ここでは、レプリケータ系の種空間を連続化した系をそのまま扱うかわりに、有限個の種による混合戦略を含んだゲームダイナミクスとしてこの問題を考える。無限個の種を導入しなくても亜種の導入による系の変化は扱うことが出来るからである。3つの純粋戦略を持ち、内部平衡点が安定だが進化的に安定な戦略でないようなゲームダイナミクスを扱う。この系にはアトラクタが2つ存在し、1つは内部平衡点、もう1つはある純粋戦略にあたる平衡点である。この系に1つの混合戦略を導入することによって、新しいアトラクタが出現する。このアトラクタは周期解であり、しかも非可算無限個存在する。このことは混合戦略の導入により、系に元の系のアトラクタよりも次元の高いアトラクタが出現し、初期値によって異なる周期解に引き込まれることを示し、系の振る舞いがより複雑になったといえる。このことから、レプリケータ系において種内の広がりを無視して1点に近似してしまうことが系の振る舞いを実際より単純に見せてしまう可能性を示唆している。