別紙２

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名　　宮寺　隆之

本論文は８章からなり、第１章は序論、第２章は量子系の古典化について、第３章は自発的対称性の破れに対する有限サイズ効果について、第４章は Z_2 自発的対称性の破れの系のデコヒーレンスについて、第５章は U(1) 自発的対称性の破れの系のデコヒーレンスについて、第６章は定理の証明の詳細、第７章は議論、第８章はまとめと結論、をそれぞれ論じている。

経験によれば、マクロスケールでは、熱力学や流体力学などのマクロ物理学が成り立っている。一方、ミクロスケールでは、量子論が成り立っていて、それは、マクロスケールまで成り立っていると信じられている。ところが、有限サイズのマクロ系を量子論で扱うと、基底エネルギー状態は、マクロ物理学と整合しない状態になっていることが多い。このような状態を、AFV(Anomolously Fluctuating Vacuum) と呼ぶことにする。宮寺氏が問題にしたのは、なぜこのような状態が現実には現れないのか、ということである。宮寺氏が着目したのは、現実の物理系は、厳密に閉じているということはありえず、多少なりとも、必ず環境との相互作用がある、と言う事実である。この相互作用が、たとえ微少であっても、AFV に対しては、大き影響を及ぼし、量子状態を壊してしまうのではないか、というアイデアである。

このアイデアを確かめるべく、マクロだが有限な大きさの一般の量子系を考える。具体的には d 次元の格子上の hypercube $\Lambda = L^d$ $(L \gg 1)$ を考える。今、この系は $L \to \infty$ で自発的対称性の破れをおこすとしよう。有限系では、系の ground state は対称性を破らない状態 Φ_0 を含むが、そのような状態は一般に、示強的な量であるオーダーパラメーター $M := \frac{1}{|\Lambda|}\sum_{x\in\Lambda} m(x)$（マクロな物理量）の揺らぎが熱力学的に異常な大きさ揺らぎ $(\mu = O(|\Lambda|))$ を持つ。そのような状態を AFV(Anomolously Fluctuating Vacuum) とよぶ。一方、無限系の純位相真空をよく近似する状態 Ξ を PPV(Pure Phase Vacuum) とよぶ。PPV は対称性を破り、クラスター性をもつ。ただし、ここでいう有限系におけるクラスター性とは、状態の相関を特徴付ける領域（correlation region と呼ぶ）Ω が無限系の純位相真空におけるそれと同一であることをいう。従って、十分マクロな系（体積 $|\Lambda| \gg 1$）のときは、$|\Omega| \ll |\Lambda|$ である。以上の概念は論文中で厳密に定義される。目的は AFV と PPV の脆弱性を調べることである。

このような系が環境と弱く接しているとしよう。全系のハミルトニアンは

$$H_{total} = H_{sys} + \epsilon H_{int} + H_{env} \tag{1}$$

と書かれる。系と環境の相互作用としては、従来よく用いられてきた non-local な（マクロな物理量どうしのみがカップルしている）相互作用とは異なり、きちんと物理的な近接的な相互作用を採用する。i.e.,

$$H_{int} := \sum_{x\in\Lambda_0} a(x) \otimes b(x) \tag{2}$$

ただし、ここで $a(x)$ は系のサイト x 上の物理量、$b(x)$ は環境の対応する（近接した）サイトの物理量である。また、相互作用のある領域 Λ_0 を contact region とよぶ。環境の自由度を縮約し、さらにマルコフ近似してマスター方程式を系の運動方程式として導く。すると（部分）系の時間発展はもはやユニタリーではなくなる。$t=0$ で純粋状態にあった状態は時間発展とともに decohere していき、より混合した状態になっていく。状態が、あっという間に（ミクロな時間スケールで）その純粋性を失うとき、脆弱であると呼ぶ。その指標として本論文の主要部分においては線形エントロピーと呼ばれる量 $S_{lin}[\rho] := 1 - \mathrm{tr}[\rho^2]$ を採用した。これは、純粋状態にたいしてはゼロをとり、より混合している状態に対してはより大きな値（但し <1）をとる。つまり、純粋状態 ϕ が脆弱 (fragile) であるとは、ミクロな時間で $S[\phi, t]$（初期状態を ϕ としたときの時刻 t でのエントロピー）が増加してしまうことをいい、逆に、ある純粋状態 ψ が頑健 (robust) であるとは、マクロな時間領域にわたって $S[\psi, t]$ がなかなか増加しないことをいう。

線形エントロピーの振る舞いを調べるために、相互作用の強さ ϵ に対して摂動展開を行い、$S_{lin}[\phi, t] = S_{lin}^{(0)} + S_{lin}^{(1)} + S_{lin}^{(2)} + \cdots$ と書く。ただし、$S_{lin}^{(N)}$ は ϵ^{2N} に比例する項である。ミクロな時間領域においては、最低次の項 $S_{lin}^{(1)}$（初期状態を純粋状態に選んだので $S_{lin}^{(0)}$ は常にゼロ）が支配的であることが示される。そこで、状態の脆弱さを議論するためには一次近似を調べればよいことがわかる。まず、AFV に対しては以下の定理が成り立つことを示した。

定理 0.1 $A := \frac{1}{|\Lambda|}\sum_{x\in\Lambda} a(x)$ に対して、

$$S_{lin}^{(1)}(\Phi_0, t) \geq \frac{\epsilon^2}{\hbar^2} g_{00} \langle \Phi_0 | \delta A^* \delta A | \Phi_0 \rangle t \tag{3}$$

ただし、g_{00} は環境のみによって決まる定数。

すなわち、AFV の decoherence はマクロな物理量 A の揺らぎで下から抑えられる。$a(x) = m(x)$（オーダーパラメーター）であるときこの定理は

$$S_{lin}^{(1)}(\Phi_0, t) \geq \frac{\epsilon^2}{\hbar^2} g_{00} \mu t \tag{4}$$

を導く。まさにこのとき、AFV は脆弱である。また、その時 PPV Ξ の脆弱性は AFV の脆弱性を超えないことが次の定理のように示される。

定理 0.2

$$S_{lin}^{(1)}(\Phi_0, t) - S_{lin}^{(1)}(\Xi_{L(R)}, t) \geq \frac{\epsilon^2}{\hbar^2} g_{00} t \nu - \epsilon' \tag{5}$$

ただし、ϵ' は系の大きさ $|\Lambda| \to \infty$ で $\epsilon' \to 0$ な小さな数である。

つまり、PPV は少なくとも AFV ほどは脆弱ではない。

では、PPV は頑健な状態だろうか。まず、ある状態が頑健であることをいうためには、摂動の一次で評価を止めてはいけない。何故ならばマクロな時間領域では高次の項も効いてくる筈だからである。特殊なケース、大雑把に言ってマスター方程式の散逸の項が細かい波数を拾わないときには、実際に PPV は頑健であることを示した。ただし、条件は contact region が correlation region よりも十分大きいことである。

定理 0.3

$$S_{lin}(\Xi,t) \le (\frac{|\Omega|}{|\Lambda_0|}+\varepsilon)^{1/2}\frac{8\|a\|^2\epsilon^2\tilde{g}_{00}t}{\hbar^2}exp(\frac{4\|a\|^2\epsilon^2\tilde{g}_{00}t}{\hbar^2}) \qquad (6)$$

ただし、$\|a\|$ は　$a(x)$ のノルム、ε は Ω を定義するときに用いる微小な許容誤差である。

この定理の項 $\frac{|\Omega|}{|\Lambda_0|}$ は contact region が correlation region よりも十分大きければ PPV は脆弱であることを示している。

まとめると、$a(x)=m(x)$ であるとき一般の散逸に対して、マクロな物理量が大きな揺らぎをもつ対称な真空 AFV は脆弱であることをまず示した。次に、対称性を破りクラスター性をもつ（無限系での真空を近似する）PPV は AFV ほどは脆弱ではないことを示した。最後に、ある特殊な散逸の場合には、PPV は頑健であることを示した。今までの研究は本質的に一自由度のモデルであるものが多かったので、その正当性も普遍性も一般には不明であったのに対し、本研究は多体系をまともに取り扱って普遍的な結論を導き出したのが特徴である。

なお、本論文は、清水明氏 との共同研究であるが、論文提出者が主体になって分析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

よって本論文は博士（学術）の学位請求論文として合格と認められる。