

## 論文審査の結果の要旨

氏名 藤本仰一

生命システムにおいては発生、学習過程のように履歴をひきずりながら発展していく例が多くみられる。そこでは条件反射のような速い変化から学習のような遅い変化までの様々な時間スケールのダイナミクスが何桁にもわたって混在し、相互干渉している。また、こうした異なる時間スケールの干渉は生物のみならず、気象システムなどにも見い出される。スケールが混在する系の特徴を抽出については、速いスケールの運動を消去して遅いスケールの運動とそのまわりの雑音としてとらえる方法が、広く一般的にとられてきた。たしかに、スケール差が大きく離れている場合にこの手法は有効であるが、その一方で、記憶形成過程や発達過程を考えてみれば、速いダイナミクスの変化が遅いダイナミクスにいかん影響を与えるかを理解するのが重要と考えられるが、そのような伝搬の理解は現時点ではあまり行われていない。藤本仰一氏は博士論文で、速いスケールから遅いスケールへの伝搬を可能にする力学系モデルの例を提示し、その機構の解明を試みている。

本論文は11章119ページからなる。第1章では、こうした問題意識が力学系、生命システム、物理現象の観点から広く論じられ、この問題の重要性が示されている。ついでこの問題を考えるために、異なる時間スケールを持った力学系が1次元の格子上で近接相互作用しているモデルが第2章で導入される。ここで格子の両端の2要素は十分離れた時間スケールを有しており、2要素だけの系を考えれば速いスケールの要素は遅い要素に影響を与えられない。そこで、この要素の間に $\tau$ 倍ずつスケールが増大していく要素を $N$ 個介在させて、そのダイナミクスを調べることでこうしたモデルに対して速い要素の変化が遅い要素へ影響を与えるかが調べられる。

まず第3章では要素としてカオスを示すローレンツモデルを用いられ、その要素が双方向に(拡散的に)結合している場合が数値計算で調べられている。この時カオスの強さを規定するパラメータが適度な大きさの時、要素数 $N$ (言いかえると隣の要素の間の時間スケールの比 $\tau$ )がある範囲の場合に、速いスケールのパラメータを少し変えると、それがもっとも遅いスケールの要素の運動の性質まで変化させることが見出された。たとえば、遅いスケールの要素の変動の分散の変化を $\tau$ に関してプロットすれば、ある範囲の $\tau$ で大きな値を持つ。このような伝搬ができた場合、個々の要素の運動は、相互作用による引き込みとカオスによる崩壊を繰り返していることがさまざまな量を測ることで示される。このようなカオス的不安定性とひきこみを行き来するカオスの遍歴においては運動の中立安定モードがみられることに着目した上で、「介在している要素の安定性が交代し、それがカスケード的に伝わるので、速いスケールの状態の変化が遅いスケールの要素に伝搬する」という仮説が提唱されている。

ついで、第4章では興奮性のダイナミクスを持った要素が一方向で結合している場合が調べられる。特に、乱れを時間的に減衰するが空間的には増幅伝搬する移流不安定性を持つ場合に、介在する要素数がある程度以上あると、速いスケールから遅いスケールへの伝搬が可能であると示されている。これは伝搬する波が途中で周期倍分岐をおこし、安定性を変えていくためであることが示される。この解析は、ダイナミクスの移流不安定性が要

素の持つ時間スケールに依存することに着目し、流れにそったリヤプノフ指数が上流から下流にむけてどう変化するかを調べることで行われている。こうした移流不安定系での理論解析は、藤本氏により確立された「流れにそったリヤプノフ指数による構造形成解析」に基づいている。第7、8章で述べられているように、流れにそったリヤプノフ指数の空間的変化の累積をみることで、上流の入力や雑音が増幅されるかの判定がなされるのである。この理論を用いて第9、10章では、入力の違いが雑音を通して敏感に増幅され構造が形成される例やその機構が示され、第11章にまとめられている。

以上、安定性の交代による速いスケールから遅いスケールへの性質の伝搬という新しい考えが、モデル計算と力学系の解析によって示された。一方、この問題の空間スケールの違いへの拡張が異なる拡散係数を持った反応拡散系を用いて第5章で行なわれている。これまでの時間スケールの違いを空間スケールの違いにおきかえることで、大きく異なる波長を持った Turing パタンの間にスケールを貫く相関が生成されることが示される。3-5章の異なるスケール間の伝搬の問題は第6章にまとめられている。

このように、藤本氏はその論文において、速いダイナミクスの統計的性質が遅いダイナミクスに連鎖的に影響を与えうる例を示し、そこでは安定性の交代が連鎖的に起こることが重要であることを明らかにした。この考えをさらにつめて一般的理論として確立させていくのは今後の問題であるが、上のような例をはじめて明示し、その機構を論じたのは今後さまざまな問題に大きな意義があると思われる。自由度の大きい力学系としての重要性のみならず、物理現象、生命現象において記憶や適応とみなせるような状態変化の形成を考える上での1つの規範を与えると思われる。

なお、本論文の第8章、第9章の結果は既に2篇の論文として出版されており、第3-5章はそれぞれ論文として投稿準備中である。

以上の点から本論文は博士(学術)の学位を与えるのにふさわしい内容であると審査委員会は全員一致で判定した。