論文審査の結果の要旨

氏名　竹内史比古

本論文は３角形分割および関連する種々の組合せ問題に対して理論的研究を行ったものであり、６章から構成されている。３角形分割は組合せ幾何や計算幾何という観点から興味深い研究対象であるばかりでなく、メッシュ生成、コンピュータグラフィックス、ソリッドモデリング、モーションプランニングなどにおける重要な基盤技術であるため、応用面からも重要な研究対象である。

第１章では論文全体が概観されており、研究対象とした問題、背景、関連研究、研究結果が簡潔に説明されている。

第２章では、３角形分割および３角形分解の組合せ複雑度について研究されている。なお、３角形分解とは、単体達が必ずしも単体的複体を作るようにきれいに交わっていなくてもよいように、３角形分割の条件を緩和したものである。本章では３次元凸多面体を主対象として分割および分解が研究されている。つまり、３次元の凸多面体が最小、もしくは、最大で何個の４面体に分割もしくは分解されるか、という問題が研究されている。主な研究結果として以下のことが示されている。(i) 最小の分解数は最小の分割数より小さくなり、最大の分解数は最大の分割数より大きくなるような凸多面体が存在すること。(ii) 分解数と分割数に線形のギャップがある凸多面体の族が存在すること。これまで、３次元以上における分解数と分割数との関係に関して一般的な結果を得るのは困難であると考えられていたため、この結果は重要である。この結果を契機として、その関係の解明が急速に進展することが期待される。

第３章では、非正則３角形分割のグラフ論的特徴づけが与えられている。なお、d 次元３角形分割が、$(d+1)$ 次元凸多面体のある種の射影となる時、その d 次元３角形分割は正則であると定義される。正則３角形分割は幾何的に定義された概念であるが、本章では、非正則となるための十分条件がグラフ論的つまり組合せ論的に与えられている。この結果自体、非常に興味深いものであるが、この結果を証明するために使用された、線形計画の双対性に基づく証明技法は非常に新規であり、他の問題の解析にも適用できる可能性もあり、より興味深いものである。他の章の結果が論文提出者の解析能力の高さを主を示したものであるのに対し、本章の結果は論文提出者の独創性の高さを示すものであるといえる。

第４章では、３次元凸多面体における、面の順序づけに関連した、shelling と呼ばれる性質について研究されている。結果として、組合せトポロジー的に定義された shelling という性質を持つ多面体が、幾何的に定義された geometric shelling という性質を満たすための十分条件が与えられている。

第５章でも、組合せトポロジー的な性質についての研究がなされている。具体的には、単体的複体の逐次的な構成に関する性質である、shellability、extendable shellability, vertex decomposability について、2次元の単体的複体を対象に研究し、これらのクラスの違いを示す最小の例および新たな関係を明らかにする例を発見している。

本論文の理論的結果を得ることを支援するために、計算機による例の生成・テストが有効に活用された。純粋な理論研究に計算機を応用することは興味深いアプローチである。第6章には、そのために用いた手法やアルゴリズムに関する事項が簡潔にまとめられている。

本論文では、これまで数多くの研究がなされ、多くの困難な問題が残されてきた3角形分割に関する諸問題という困難な研究テーマに取り組んでいる。その結果として、新たなクラス分け、新たな特徴づけ、分割数の上下限の改善や新規導出などが行われ、3角形分割の理論的側面の理解に確実に進展をもたらした。よって、本論文に述べられた研究成果は情報科学の基礎的および理論的側面の進展に寄与するものである。

なお、本論文の第2章は Jesús A. de Loera 氏, Francisco Santos 氏との、第4章は Takayuki Ishizeki 氏との、第5章は Sonoko Moriyama 氏との共同研究であるが、そのすべてにおいて論文提出者は共同研究者と対等以上の貢献をしており、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士 (理学) を授与できると認める。