論文審査の結果の要旨

氏名　落合友四郎

本論文は全１４章から成り、その内容は次の通りである。

まず第１章では結び目の分類問題の歴史的背景と本論文の結論の要約を与え、続いて第２、３、４、５の各章において、各々結び目不変多項式、Chern-Simons 場の量子論、Vassiliev 不変量、weight 系と Kontsevich 積分について review を行っている。第６、７章でさらに Kontsevich 積分と絡み目不変量について述べ、Gauss Diagram などの必要な概念を与えた後、Vassiliev 不変量に対する組み合わせ論的公式を提示する。第８章においては、組み合わせ論的公式を特別な場合に適用して、Homfly 多項式との関連を議論する。第９章では、Kontsevich 積分に対する帰納的議論により、第７章で提示した組み合わせ論的公式に対する証明を与える。第１０章では組み合わせ論的公式を Homfly 多項式の skein relation に代入して、その整合性を示す。第１１章では Arnold によって与えられた plane curve に対する不変量を用いて、Gauss Diagram に対する前出の公式の別形式を求める。そして第１２章で、同様な方法で Vassiliev 不変量に対する組み合わせ論的公式を議論した Polyak-Viro の結果との比較を行う。最後に、第１３章で本論文の結論と今後の展望を述べる。Appendix として、本文で行った技術的操作を補足し、記法の一覧を加えて第１４章としている。

本論文の研究テーマの学問的背景、および本文で行われた議論とその結果は以下の通りである。

数学における重要な未解決問題に結び目の分類問題がある。この問題に対するアプローチとして、結び目（あるいは絡み目）に対応する位相不変量を構成する試みがなされているが、その系統的な構成法として近年、位相的ゲージ理論である Chern-Simons 場の量子論が用いられている。特に、最近位相不変量として重要視されている Vassiliev 不変量については、これを Wilson loop の真空期待値の摂動展開係数として導くことができ、実際これに基づいて（不完全ながら）結び目の次数で４次までが構成されている。しかしこの方法では、場の量子論特有の発散の問題、およびゲージ理論特有のゲージ固定の問題の両方の存在により、厳密な意味での基礎付けが難しく、また高次の構成も実際上困難になっている。

本論文では、Vassiliev 不変量を構成するにあたり、上記の困難の無い、組み合わせ論

的公式を用いた方法を展開し、実際に完全な4次までの結び目の Vassiliev 不変量を構成している。その基礎となったのは、最近明らかになった Kontsevich 積分と Vassiliev 不変量との関係であり、これは任意の Vassiliev 不変量を、適当な weight 系を Kontsevich 積分に対応させることによって導くことができるというものである。この関係を具体的に4次までの Kontsevich 積分について書き出し、これから4次までの絡み目の不変量がどのように与えられるかを明示している（定理1）。さらに定理2において、この4次までの Vassiliev 不変量に対して Gauss Diagram を用いて組み合わせ論的公式を確立し、これに基づいて系統的に Vassiliev 不変量を計算することに成功している。得られた不変量の表式は、Labastida らが Chern-Simons 場の量子論を用いて以前に求めたもの、あるいは Polyak-Viro によって既に（異なる組み合わせ論的公式を用いて）与えられたものについては一致しており、またある種の4次の不変量は、本論文で初めて導かれたものである。

またさらに、本論文で導かれた組み合わせ論的公式に対する別の角度からの検証として、設定を変えて Homfly 多項式等、他の不変量を導出することも合わせて議論し、何れも肯定的な結論を得ている。

審査結果として、結び目の分類問題につき、新たな不変量構成の方法を確立し、かつ従来知られなかった次数の不変量を発見したこと、およびこれらを独力で行ったことを評価し、論文提出者に博士（理学）の学位を授与できるものと判定した。