

# 論文審査の結果の要旨

氏名 竹田晃人

本論文は1次元ランダムマスフェルミオン系のアンダーソン転移の性質を、数値計算によって解析したものである。論文は6章からなり、第1章は序論を述べ、第2章でランダム系における局在理論を概観し、第3章でランダムマスフェルミオン系およびこれと関連するランダム系を紹介し、第4章では模型と数値解析の手法を述べた。5章では数値計算の結果を論述し、6章で結論と種々の考察を述べた。

アブラハムらのスケーリング理論によれば、1次元および2次元ランダム系の固有関数は必ず局在するとされる。また3次元以上のランダム系で現れるアンダーソン転移には普遍性が存在し、系の時間反転対称性、スピン対称性によって分類される。ところが1、2次元ランダム系でも、スピン軌道相互作用のある2次元系、整数量子ホール系のランダウ準位の中心の状態など、非局在状態が存在する例外がある。本研究で取り上げた1次元ランダムマスフェルミオン系もその例外の一つであり、エネルギーゼロの状態が非局在状態になることが知られている。ところがこの性質が確認されているのはランダムネスの空間相関が全くない場合（ホワイトノイズ相関）のみであり、空間的な相関がある場合にはアンダーソン転移の普遍性が変更を受ける例が報告されている。本論文は非局所相関をもつ1次元ランダムマスフェルミオン系について、アンダーソン転移の詳細がホワイトノイズ相関の場合からどのように変化するかをしらべた。

模型としては質量項がキルク・アンチキルクソリトン形状をとり、ソリトン間の距離がランダムである Dirac フェルミオン系を採用した。この模型では2成分波動関数に対する境界条件は、転送行列の方法によって2行2列行列の成分についての条件式になる。これを数値的に解くことによって、系の固有関数とエネルギー固有値が得られる。ソリトン間隔の値は適当な分布関数によって発生させるが、ガウス分布または指数分布の場合を調べた。間隔の分布関数が指数関数型の場合、質量の位置相関は指数関数で表される。この場合の状態密度について、質量相関の減衰長の3次までの摂動論による解析式が知られている。本研究による計算結果はこの解析式を再現することが確かめられた。

次に局在長を数値的にきめるため、羽田野・Nelsonの複素ベクトルポテンシャルを取り入れて転送行列を計算する方法を考案した。この方法の正しさは、ホワイトノイズ相関系の局在長のエネルギー依存性を、既知の結果と比較して確認された。指数関数的空間相関をもつランダム質量系では、相関長が系のサイズより短距離ならば、局在長のエネルギー依存性は相関の影響が殆どないことが示された。

ソリトン間の距離分布がガウス分布である場合、質量の2点相関はほぼ指数関数的になり、長距離相関の系をも扱うことができる。分散が小さい場合には、系のサイズを上回る局在長が出現することがわかった。このような状態は系が大きくなると共に局在へと向かうが、系のサイズに関わらずエネルギーがゼロのごく近傍に非局在状態が存在する。計算結果を総合的に分析すると、ランダムネスが小さく系のサイズが大きくないときはエネルギーがゼロでない非局在状態が存在する。しかし、無限系ではランダム質量の相関長を長くしても、非局在状態はエネルギーゼロの状態に限られると予想される。

さらに本研究では、上記以外のランダムネスの系についても、局在の性質を調べた。一つは質量の位置相関が冪関数となる場合である。ただし、この系ではソリトン間の距離を固定して、質量の値そのものをランダム変数にとる。この系では、エネルギーがランダム質量の最大値より大きい領域で非局在状態があらわれることを見出したが、これはランダムマス設定によって生じたと思われる。

本論文で得られた結果をまとめると、有限系においてはゼロエネルギー以外の状態で系のスケールをこえる局在長を持つ状態が見い出された。しかしこれらの状態はサイズが大きくなるにつれ、局在状態へと向かう。したがって無限系ではゼロエネルギー以外の状態は局在すると思われるが、これはホワイトノイズの系と変わらない。本研究の結果から、ランダムネスの非局所性はアンダーソン転移やそのユニバーサリティに、本質的でないことが示唆された。これは1次元ランダムマスフェルミオン系の局在とアンダーソン転移に関する重要な知見である。

本論文は鶴丸豊広、一瀬郁夫、木村昌臣との共同研究であるが、論文提出者が主体となり考究および計算を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。したがって博士（理学）の学位を授与できると認める。