論文の内容の要旨

論文題目　Path integral derivation of the Brown-Henneaux's central charge
(ブラウン・エノーの中心電荷の経路積分による導出)

氏名　寺嶋 容明

負の宇宙項 $\Lambda = -1/l^2$ がある（２＋１）次元の重力理論には漸近的に３次元の反ド・ジッター時空になるような時空というものがある。１９８６年にブラウンとエノーは、このような時空の漸近的な対称性が２次元の共形変換であるということを示した。さらに、この対称性がハミルトニアン生成子によるポアソン括弧の代数によって正準的に表現されるということも示した。このときの表現は射影表現であり、重力の結合定数を G とすれば、$c = 3l/2G$ という中心電荷の項を持っている。この中心電荷は、（２＋１）次元重力理論のチャーン・サイモン理論による定式化やAdS/CFT対応によっても同様に求められている。

このブラウン・エノーの中心電荷を使って、ブラックホールのエントロピーの起源を理解しようという試みが近年行われている。１９７３年ごろに、ブラックホールの物理と熱力学の法則に類似性があることが指摘されてから、ブラックホールの熱力学というものが考えられている。そこではブラックホールのエントロピーは、その地平面の表面積を A とすれば、$A/4G$ で与えられる。このエントロピーの起源の理解については、これまでさまざまなアプローチがなされてきた。ユークリッド化した作用の停留点での値を利用するものや量子的な状態の絡まり合いによるものなどいろいろなものがあるが、その中にブラウン・エノーの中心電荷と２次元共形場の理論におけるカーディーの公式を組み合わせたものがある。２次元共形場理論では状態数はビラソロ代数

の中心電荷からカーディーの公式によって求めることができる。そこで、ブラックホールの熱力学の微視的な描像が何らかの2次元共形場理論で与えられると仮定し、中心電荷としてブラウン・エノーの中心電荷を用いるとブラックホールの状態数が計算できて、その答えの自然対数をとったものがブラックホールのエントロピーに一致するというものである。このアプローチは、はじめは(2+1)次元の重力理論におけるブラックホール解であるBTZブラックホールに対して適用されたが、現在では物質場のある場合やもっと高次元での場合にまで拡張されている。

そこで、この論文ではもともと正準的に求められたブラウン・エノーの交換関係と中心電荷を経路積分による定式化によって導くことを考える。量子力学の定式化には正準量子化の方法と経路積分による方法があり、この二つの枠組みは等価であると信じられているので、正準的に求められたものは経路積分でも求められるべきであると考えられる。通常の場合、中心電荷は量子異常項であり、経路積分による定式化では経路積分の測度の変数変換のためのヤコビ因子として理解されている。それに対して、ブラウン・エノーの中心電荷はポアソン括弧の段階で生じているために古典的なものとして考えられている。そのため、ここではこのような古典的な中心電荷の起源が経路積分ではどのように理解されるかということを明らかにしたい。

まず、電荷同士の交換関係を求めるためには電荷を定義する必要がある。ここではブラウンとエノーによる間接的な導出とは異なり、作用の変分から電荷を直接的に定義するということをおこなう。ハミルトニアン生成子の体積項の部分は拘束条件から成り、運動方程式を課せば消えてしまうので、電荷とはこの場合はハミルトニアン生成子の表面項の部分を指す。ブラウンとエノーの導出では、ハミルトニアン生成子は汎関数微分可能であるべきという要請から計算された。ハミルトニアン生成子の体積項を変分してみると余計な表面項がでてきてしまうので、そのままでは汎関数微分可能ではない。そこで、この表面項をうまく打ち消すようにハミルトニアン生成子に表面項を新たに導入するというものである。この方法では電荷の変分の表式が決定されてから、その積分として電荷を間接的に計算する。しかし、より一般的な状況ではこの積分が困難な場合がある。そこで、この論文では作用の変分から直接的に電荷を取り出すことを考える。そのため、この方法は一般的な状況にも容易に拡張できると考えられる。

つぎに、経路積分に対して適当な積分変数の変数変換を考えて、ウォード・高橋恒等式を求めていく。まず考えられるのは漸近的な対称性そのものによる変数変換である。この漸近的な対称性を使った導出方法では中心電荷は電荷の変換則自体から生じるので、古典的な中心電荷とみなすことができる。これはちょうど、$N=2$ の超対称性のある理論にあらわれるような中心電荷の場合と同じ現象となっている。一方、漸近的な対称性の $1/r$ 展開での最低次の部分のみの変換を使っても導出することができる。このときの中心電荷の起源は先の導出方法に比べて、より興味深いものとなっている。すなわち、中心電荷は経路積分の境界条件がその変換で変化してしまうことから生じるということがわかる。このことは、通常の量子的な中心電荷と対比して考えることができる。通常の量子的な中心電荷は経路積分の測度が不変でないことから生じるのに対して、

古典的な中心電荷は経路積分の境界条件が不変でないことから生じると見なせるものであるといえる。このことは、$N=2$ の超対称性のある理論にあらわれるような中心電荷もこのように理解できる可能性があることを示唆している。さらには、他の理論でも経路積分の境界条件が自明でないような場合には古典的な中心電荷が生じてしまう可能性があることを示唆しているといえる。