

## 論文の内容の要旨

論文題目 平織布の擬似連続体モデルの開発と  
有限要素定式化に関する研究

氏名 桑水流理

平織布は軽量かつ高強度の材料として、古くは飛行船などの膜構造部材に、近年では複合材料の強化材などに利用されている。しかしながら、その力学特性はまだ明らかではない。一般に、布は糸が規則的に絡み合った構造であり、糸どうしの相互作用による機構的あるいは構造的変形機構を有しており、通常の連続体力学ではその変形を記述できない。よって、従来の材料モデリングの方法論としての構成則による異方性線形弾性体へのモデリングは、平織布には適用できない。その顕著な例として、平織布は二軸引張の比例負荷に対して、ひずみを反転する現象があり、弾性定数の概念が成り立たないことを示している。

平織布の非線形力学特性は、経糸と緯糸の相互作用による糸の有限な剛体回転に起因する。そこで本論文では、そのような微視的幾何学的非線形性を簡単に考慮するため、新しい材料モデリングの方法論として、ひずみと変位関係式による擬似的連続体モデリングを提案する。

本論文では、経糸と緯糸が直交して織られた平織布を対象とし、その面内変形を解析する。擬似連続体モデル化の条件として、1つの織目の寸法は構造全体の寸法に比して十分小さいことを仮定する。また、初期の無負荷状態において織目は一様かつ稠密であるとする。更に、糸相互の摩擦は無視するが、糸の引き抜けは考慮しない。以下では、平織布の変形を糸の変形に帰着

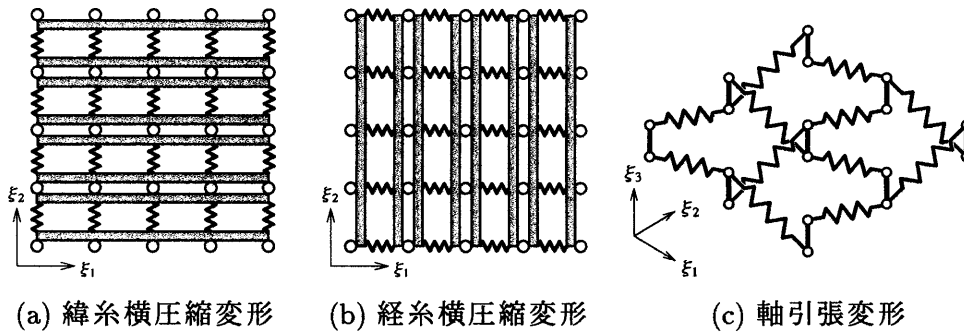


図1 平織布の擬似連続体モデルの概念図

させるが、糸自身は異方性の線形弾性体とする。

平織布の変形は、糸の面内回転による「ずれ変形」、糸のうねりの変化による「伸展変形」そして糸自身の弾性伸びによる「伸縮変形」の3様式に分類できる。ずれ変形および伸展変形は糸の有限な剛体回転による変形であり、平織布の非線形挙動の原因である。本論文では、稠密な平織布を仮定しているため、ずれ変形および伸展変形は糸の弾性変形を伴い、糸の横圧縮、曲げおよび面外せん断を生じる。ただし、摩擦を無視しているため、面内せん断は生じない。しかし平織布の面内変形への影響において、曲げおよび面外せん断は二義的なものと考えられるので、本論文では無視する。一方、糸の面内横圧縮は直接に平織布の変形に影響するので、その考慮は不可欠である。よって、平織布の変形は、ずれ変形および伸展変形による糸の横圧縮変形と、伸縮変形による軸引張変形との計2つの弾性変形に帰着される。これらの糸の変形を線形ばねにより模式的に表すと図1のようになる。横圧縮変形は糸に対して直交方向の距離変化に対してのみ抗力を持つ。一方、軸引張変形は交錯点において、織布面に常に垂直な棒により経糸と緯糸がピン結合された構造であり、面外方向に両糸の軸力が釣合わなければならない。擬似連続体モデルは、この3つのモデルを重ね合わせ、更にその無限小の極限により得られる性質を持った点の集合体として、平織布をモデル化するものである。また、以下では、緯糸に沿った座標軸を  $\xi_1$ 、経糸に沿った軸を  $\xi_2$  で表し、緯糸に関する変数は右下添字1で、経糸に関する変数は右下添字2で表す。

定式化に先立ち、経糸と緯糸の相関関係を考える。各糸のうねり高さおよび中心厚さをそれぞれ  $h_i$  および  $d_i$  で表すと、変形の前後に関わらず、次式の関係が常に成り立つ。

$$h_1 + h_2 = d_1 + d_2 \quad (1)$$

ここで、 $h_i$  の変化が有限変位のオーダーであるのに対して、 $d_i$  の変化はひず

みのオーダーなので、 $d_i$ は定数とみなせる。これは図1(c)に示した経糸と緯糸を連結する棒を剛体とみなしたことに相当する。ここで、無次元パラメータ  $\mu$  ( $0 \leq \mu \leq 1$ ) を導入し、各糸のうねり高さを次式で表す。

$$h_1 = \mu(d_1 + d_2) \quad (2)$$

$$h_2 = (1 - \mu)(d_1 + d_2) \quad (3)$$

この  $\mu$  を以下では、うねり係数と呼び、変位の一成分として扱う。ここで、 $\xi_1$ - $\xi_2$  座標系における変位成分を  $v_1, v_2$  で表すと、糸の軸引張ひずみ  $\varepsilon_{T_i}$  および横圧縮ひずみ  $\varepsilon_{C_i}$  は、糸の有限回転を考慮して、次式により定義できる。ただし、これらのひずみは微小ひずみの定義である。

$$\varepsilon_{T1} \equiv \sqrt{\phi_1^2(1 + v_{1,1})^2 + \phi_1^2 v_{2,1}^2 + \psi_1^2 \mu^2} - 1 \quad (4)$$

$$\varepsilon_{T2} \equiv \sqrt{\phi_2^2(1 + v_{2,2})^2 + \phi_2^2 v_{1,2}^2 + \psi_2^2(1 - \mu)^2} - 1 \quad (5)$$

$$\varepsilon_{C1} \equiv 1 - \sqrt{(1 + v_{2,2})^2 + v_{1,2}^2} \left\{ 1 - \frac{1}{2}(v_{1,2} + v_{2,1})^2 \right\} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{C2} \equiv 1 - \sqrt{(1 + v_{1,1})^2 + v_{2,1}^2} \left\{ 1 - \frac{1}{2}(v_{1,2} + v_{2,1})^2 \right\} \quad (7)$$

ここで、 $(\cdot)_{,i}$  は  $\partial(\cdot)/\partial\xi_i$  を表し、 $\phi_i$  および  $\psi_i$  はそれぞれ、 $\phi_i = \tilde{p}_i/\tilde{s}_i$ 、 $\psi_i = (d_1 + d_2)/\tilde{s}_i$  なる定数であり、 $p_i$  はうねりの半波長、 $s_i$  は  $p_i$  に対応する糸の長さ、 $(\tilde{\cdot})$  は初期値を表す。

各糸のひずみから、直交異方性の線形弾性体に対する構成則を用いて、各糸の応力が求められる。ただし、構成則における経糸と緯糸の相関はない。また、糸相互の不連続性から、横圧縮応力は非負の値とならなければならない。そこで、横圧縮応力が負になると判断された場合には、構成則を軸方向の単軸応力状態の関係に置き換え、更に横圧縮ひずみと変位の間を無視する。

以上により得られた各糸の応力とひずみを用い、変位法による有限要素定式化を行う。ただし、応力とひずみはそれぞれ、微小ひずみ・大回転の仮定の下での第2 Piola-Kirchhoff 応力および Green-Lagrange ひずみに相当するので、いわゆる幾何学的非線形問題を構成する。そこで、Newton-Raphson 法により、時刻  $t$  から  $t'$  までの増分解析を行うことを想定し、仮想仕事の原理に基づく total Lagrange 型の有限要素定式化を行うと、最終的に式(8)の離散化された速度形仮想仕事式が得られる。ただし、増分解に際しては、ひずみと変位関係式を時刻  $t$  まわりで Taylor 級数展開し、二次近似を行う。

$$[{}^tK]\{\dot{W}\} = \{{}^tF\} - \{{}^tQ\} \quad (8)$$

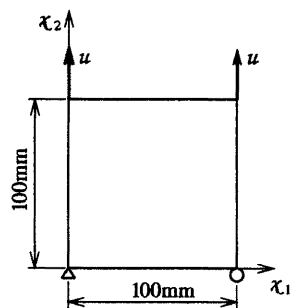


図2 単軸引張解析

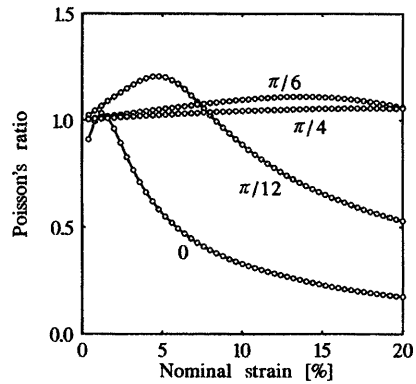


図3 見かけの Poisson 比

ここで、 $[{}^tK]$ は時刻 $t$ での接線剛性マトリックス、 $\{\dot{W}\}$ はうねり係数も含めた節点速度ベクトル、 $\{{}^tF\}$ は時刻 $t$ での外力ベクトル、 $\{{}^tQ\}$ は時刻 $t$ での内力ベクトルである。式(8)に基づき、Newton-Raphson法による反復計算を行うことにより解が得られる。以下の数値計算例では、4節点アイソパラメトリック要素を用い、数値積分には Gauss 積分による完全積分を用いる。

数値計算例として、見かけの Poisson 比の解析を行う。経糸および緯糸の諸元は、軸方向の Young 率を 5.0 GPa, Poisson 比を 0.3, 軸に直交方向の Young 率を 0.5 GPa, Poisson 比を 0.03, そして断面積を 0.10 mm<sup>2</sup>, 中心厚さを 0.15 mm とする。織目の幾何学的特性は、 $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_2 = 1.00$  mm,  $\tilde{h}_1 = \tilde{h}_2 = 0.15$  mm の経緯対称な織目とする。試験片は図2に示す 100 mm × 100 mm の正方形平織布とし、上端に一様強制変位を与えたときの一樣ひずみ場の解析を、1要素により行う。ただし、織目 ( $\xi_1$ - $\xi_2$  座標系) が全体座標系  $x_1$ - $x_2$  から反時計回りに 0,  $\pi/12$ ,  $\pi/6$ ,  $\pi/4$  だけ傾いている4通りの場合について解析する。解析より得られた、強制変位と見かけの Poisson 比の関係を図3に示す。ただし、強制変位は公称ひずみに換算してある。見かけの Poisson 比は強い非線形性を示し、0および  $\pi/12$  の場合には、伸展変形の影響により、初期変形においてのみ大きな値となり、 $\pi/6$  および  $\pi/4$  の場合には、伸展変形とずれ変形の影響から 1.0 以上の高い値を保持している。

次に、二軸引張特性の解析を行う。経糸および緯糸の諸元は、軸方向の Young 率を 5.0 GPa, Poisson 比を 0.2, 軸に直交方向の Young 率を 0.5 GPa, Poisson 比を 0.02, そして断面積を 0.10 mm<sup>2</sup>, 中心厚さを 0.15 mm とする。織目の幾何学的特性は、 $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_2 = 1.00$  mm,  $\tilde{h}_1 = 0.21$  mm,  $\tilde{h}_2 = 0.09$  mm の経緯非対称な織目とする。試験片は図4に示す 100 mm × 100 mm の織目に沿った正方形の平織布とし、緯糸および経糸方向にそれぞれ  $f_1$  および  $f_2$  の一樣

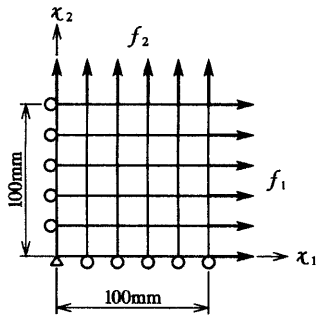


図4 二軸引張解析

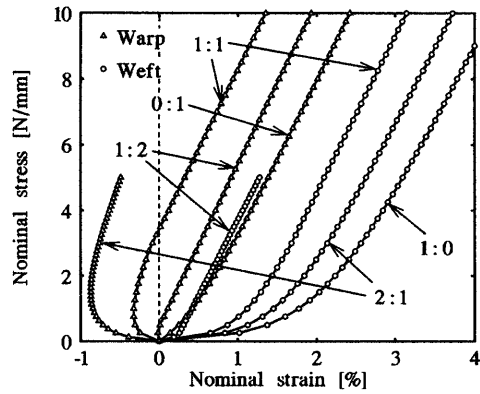


図5 二軸引張特性

分布荷重が比例負荷されたときの解析を行う。ただし、荷重比  $f_1 : f_2$  が 1:0, 2:1, 1:1, 1:2, 0:1 の 5 通りの場合を解析する。1:0 および 0:1 は単軸引張を意味する。要素分割は 25 要素の等分割を用いるが、変形は完全に一樣であるため、1 要素でも同じ結果が得られる。解析より得られた経糸方向および緯糸方向それぞれの荷重と変位の関係を図5に示す。荷重比が 1:1 および 2:1 のときの経糸方向の荷重-変位曲線は、始めに大きな圧縮ひずみを生じ、その後は引張ひずみ側に転じている。このひずみの反転現象は平織布特有の現象であり、本モデルにより平織布特有の非線形性が評価可能であることが確認できる。

以上の数値計算例により、提案する擬似連続体モデルおよびその有限要素は、平織布の非線形性を忠実に表現可能であり、また更に任意の境界条件に対して適用可能であることが確認できた。また、有限要素離散化は任意であり、計算負荷も小さいため、本モデルは平織布の構造解析モデルとして非常に有用であると考えられる。