論 文 の 内 容 の 要 旨

論文題目　Closed-loop Structure and γ-Characteristics of H^∞ Control Systems

(H^∞ 制御系の閉ループ構造と γ-特性)

氏　名　牛 田　俊

標準 H^∞ 制御問題は可解条件が導出され，コントローラも完全な形で求められている．特に，連鎖散乱表現と J 無損失因子分解に基づいた解法の枠組みでは，その解法自体が H^∞ 制御問題の基本的な構造を明らかにしており，H^∞ コントローラの構造についても議論された．しかしながら，H^∞ 制御理論はそれ自体に深い構造をもち，未だに解決されていない問題を数多く有している．

本論文では，標準 H^∞ 制御問題における閉ループ系の構造について，

(i) 閉ループ系の McMillan 次数に関する構造

(ii) 閉ループ伝達関数の H^∞ ノルムの γ に対する依存性の構造

に着目し解析を行う．ここで，McMillan 次数とはシステムの最小実現の次数であり，γ は H^∞ 制御問題において設計仕様を表すパラメータである．

最初に，H^∞ 制御問題について簡単に述べる．H^∞ 制御問題の目的は，制御対象

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \tag{1}$$

と，ある与えられた設計仕様パラメータ $\gamma > 0$ に対し，

$$\|\Phi(s)\|_\infty < \gamma \tag{2}$$

を満足し，かつ，図 1 の閉ループ系を安定化するコントローラ $K(s)$ を設計することである．ここで，$\Phi(s)$ は外乱入力 w から制御量 z への伝達関数であり，次式で与えられる．

$$\Phi(s) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s) \tag{3}$$

$\Phi(s)$ は，本論文の主題となる H^∞ 制御系の閉ループ伝達関数である．

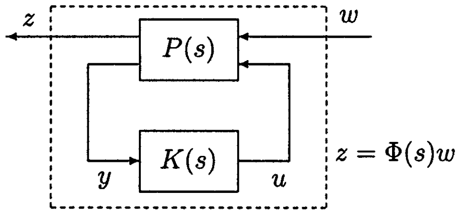


図 1: H^∞ 制御問題における閉ループ系．$P(s)$：制御対象，z：制御量，y：観測出力，w：外乱入力，u：制御入力，$K(s)$：H^∞ コントローラ，$\Phi(s)$：閉ループ伝達関数

(i) 閉ループ系の McMillan 次数に関する構造の解析では，中心解と呼ばれる H^∞ コントローラを用いる場合に，標準 H^∞ 制御問題における閉ループ系の McMillan 次数が，元のプラントの安定な不変零点の個数によって決まることを明らかにした．具体的には，(1) 式の $P_{12}(s), P_{21}(s)$ の安定な不変零点の個数をそれぞれ ρ_{12}, ρ_{21} とすると，閉ループ系の McMillan 次数は，

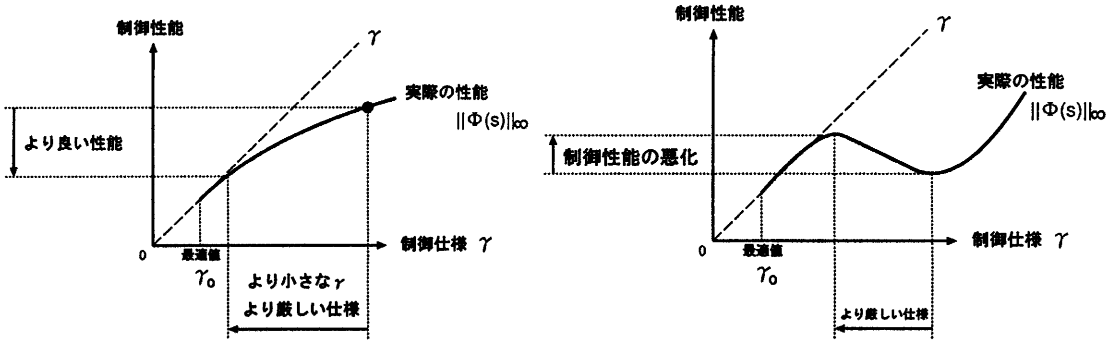
$$(\Phi(s) \text{ の McMillan 次数}) \leq 2n - (\rho_{12} + \rho_{21}) \tag{4}$$

で与えられる．ただし，n は制御対象 $P(s)$ の次数である．(4) 式は，次のような制御論的な意味をもつ．1960 年代以降に発展してきた現代制御理論 (LQG 制御やオブザーバを用いた擬似状態フィードバック制御など) においては，コントローラの挿入により閉ループ系の次数は変化せず，元の制御対象の次数と等しくなることが知られている．ここでいう閉ループ系は (3) 式の閉ループ系とは考えている信号自体が異なるが，LQG 制御などの多くの問題が (1) 式の一般化プラントの形に書き直すことができ H^∞ 制御問題に帰着されるため，本論文の結果は，上で述べた現代制御理論の次数の性質を含む包括的な結果であると同時に，H^∞ 制御系の美しい内部構造の一面を明らかにしている．

McMillan 次数の解析には連鎖散乱表現に基づいたアプローチを用いており，本論文では，最も一般的な 4 ブロック問題を扱う際に重要な役割を果たす maximum augmentation と呼ばれるプラントの拡大に対する新たな解釈を与えている．さらに，これらの結果に基づいて，状態空間表現による閉ループ系の最も一般的な表現を導出した．この一般形に対して制御論的に意味のあるいくつかの仮定をおくことにより，(ii) で解析を行うべき閉ループ伝達関数の陽な表現が得られる．

(ii) 閉ループ伝達関数の H^∞ ノルムの γ に対する依存性の構造に関する問題は，H^∞ 制御理論の根幹に関わる構造を明らかにする重要なテーマのひとつである．なぜなら，閉ループ伝達関数の H^∞ ノルムの γ 単調性が保証されなければ，設計仕様パラメータである γ を小さくする (より厳しい仕様を課すことに相当する) ことによる制御性能の向上が必ずしも期待されず，制御系設計において大きな支障をきたすからである (図 2(a)(b))．

本論文では，H^∞ コントローラとして中心解を用いた場合，H^∞ 制御系は単調性の構造をもつとは限らないことを反例を提示することで示し (図 3)，H^∞ 制御系の閉ループ伝達関数の McMillan



(a) 単調な場合：厳しい制御仕様に対してより良い制御性能が得られる

(b) 非単調な場合：制御性能が向上するとは限らない

図 2: 閉ループ系の H^∞ ノルムの γ 依存性解析の意義

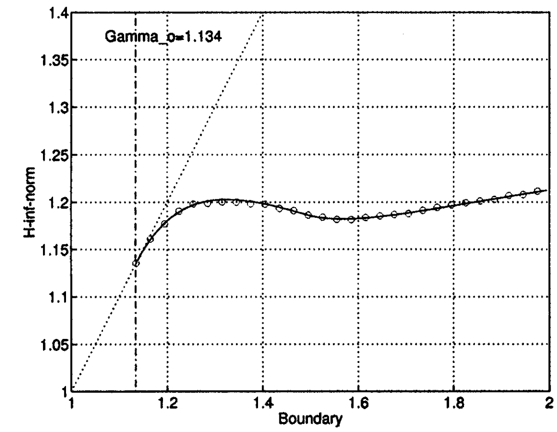


図 3: 単調性仮説に対する反例．閉ループ系の H^∞ ノルムは γ に単調に依存するとは限らない．

次数が 2 の場合について，閉ループ伝達関数の H^∞ ノルムが γ に対して非単調になる構造を詳しく解析した．結果として，閉ループ伝達関数の H^∞ ノルムが γ に対して単調になるための必要十分条件を導いた．論文中の反例は，実際の応用でよく用いられる中心解の妥当性に疑問が残ることを示唆している．さらに，制御系設計者に対してこの問題を回避する有用な指針を与えるためには，多入力多出力系，McMillan 次数が 3 以上の場合，2 ブロック問題，4 ブロック問題への拡張が必要であり，課題として残されている．しかしながら，多くの仮定をおき，最大限の簡単化を行ったシステムでさえ H^∞ 制御系のもつ構造の複雑さが明らかにされたことは，システム論的にみても興味深い．

本論文で議論された H^∞ 制御問題における閉ループ系の構造に関する結果が，より高度な問題を扱う上での有用な洞察を与え，現実のシステムへの応用を適切に行うための手がかりを与えることが期待される．