

論文内容の要旨

論文題目 構造物の弾塑性解析のための粒子法の開発

氏名 近澤 佳隆

1. 序論

原子炉の苛酷事故における圧力容器の破損や、高速増殖炉「もんじゅ」で発生したナトリウム漏洩事故などでは流体-構造物連成を扱う必要がある。他の工学の分野においても非線形破壊、塑性加工の解析、流体-構造物の連成問題では、界面の大変形を伴う場合に従来の手法による解析が難しい。従来の手法として、固定格子を用いて物体の移動を変数で記述する Volume of Fraction (VOF) 法がある。この方法では変数の数値拡散によって境界が不明確になるという問題がある。また移動格子を用いる Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) 法もあるが、大変形に際してメッシュが乱れて計算が困難となる。

粒子法は計算点である粒子を Lagrange 的に動かすことで連続体の大変形を自然に表現できる手法であり、非圧縮流体に対して Moving Particle Semi-implicit (MPS) 法が開発されている。本研究では MPS 法の粒子間相互作用の概念を用いて大変形をする構造物解析のための粒子法を開発し、さらに粒子法による流体-構造物連成解析の統一的な解析手法を開発する。

2. 薄肉構造物の解析手法の開発

2次元薄肉構造物の支配方程式は変位を y として

$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^4}{\partial x^4} (EI y) + F \quad (1)$$

である。ただし μ は単位長さ当たりの構造物の質量とする。薄肉構造物は Fig.1 に示すように1列の粒子によって表される。粒子 i の位置での曲げモーメントは

$$M_i = EI \frac{d^2 y}{dx^2} = EI \frac{\theta_i}{r} \quad (2)$$

で計算される。ただし r は粒子間の距離で、一定に保つ。構造物粒子の運動は式 (1) を離散化した次の式に従う。

$$\mu_i \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_i = \left(\frac{-M_{i+1} + 2M_i - M_{i-1}}{r^2} \right) + (P_b - P_f) \quad (3)$$

右辺第1項は構造物内部にかかる力である。第2項の P_f 、 P_b は壁粒子の表面と裏面の圧力で、流体の圧力計算の中で計算する。

3. 弾性解析手法の開発

弾性体の2次元の支配方程式は変位を $\vec{u} = (u, v)$ 、外力を $\vec{f} = (f_x, f_y)$ とすると

$$\begin{cases} (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = -f_x \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = -f_y \end{cases} \quad (4)$$

である。ただし λ, μ は、ヤング率を E 、ポアソン比を ν とするとそれぞれ $\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-\nu)}$ 、 $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ である。これを変位の拡散項と回転の除去の項と体積歪みの項に分離して考える。

$$\begin{cases} 2\mu \nabla^2 u + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -f_x \\ 2\mu \nabla^2 v - \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \lambda \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -f_y \end{cases} \quad (5)$$

各粒子に変数として変位 $\vec{u} = (u, v)$ 、回転 $R = \nabla \times \vec{u}$ 、発散 $D = \nabla \cdot \vec{u}$ を与える。支配方程式を行列で記述すると

$$\begin{pmatrix} 2\mu \nabla^2 & 0 & \mu \frac{\partial}{\partial y} & \lambda \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 2\mu \nabla^2 & -\mu \frac{\partial}{\partial x} & \lambda \frac{\partial}{\partial y} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & -1 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ R \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_x \\ -f_y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

本手法ではメッシュを用いずに粒子間の相互作用として各項をモデル化する。粒子間の相互作用に重み関数を用いる。

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r_{ij}} - 1 & r \leq r_e \\ 0 & r > 0 \end{cases} \quad (7)$$

ただし r_{ij} は粒子 i, j 間の距離である。粒子 i の粒子数密度 n_i は近傍に存在する粒子の個数の密度であり

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(r_{ij}) \quad (8)$$

で表される。変位の拡散項を u について以下のようにモデル化する。

$$(\nabla^2 u)_i = \sum_{j \neq i} \frac{2d}{n^0} \frac{u_j - u_i}{r_{ij}^2} w(r_{ij}) \quad (9)$$

ここで d は空間の次元数、 n^0 は平均粒子数密度である。粒子 i における回転 R_i と発散 D_i は

$$\begin{cases} R_i = \sum_{j \neq i} \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{s}_{ij}}{r_{ij}} \frac{d}{n_i} w(r_{ij}) \\ D_i = \sum_{j \neq i} \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{t}_{ij}}{r_{ij}} \frac{d}{n_i} w(r_{ij}) \end{cases} \quad (10)$$

である。 $\vec{t}_{ij}, \vec{s}_{ij}$ はそれぞれ粒子間のベクトルに平行および垂直な単位ベクトルである。変位の拡散項、回転除去の項、体積歪みの項をすべてモデル化した方程式全体を u に関し記述する。

$$\sum_{j \neq i} \left[2\mu \frac{u_j - u_i}{r_{ij}^2} - \mu \frac{(R_i + R_j)/2}{r_{ij}} s_{ij,x} + \lambda \frac{(D_i + D_j)/2}{r_{ij}} t_{ij,x} \right] \frac{2d}{n^0} w(r_{ij}) = -f_x \quad (11)$$

ところで変位の拡散項は以下のように変形できる。

$$(\nabla^2 u)_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{t}_{ij}}{r_{ij}^2} t_{ij,x} + \frac{(\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \vec{s}_{ij}}{r_{ij}^2} s_{ij,x} \right\} w(r_{ij}) \quad (12)$$

左辺の第1項は粒子間の引き張りバネ、第2項が剪断バネと解釈することができる。回転の除去の項は剪断バネの項から回転成分を取り除く形になっている。

4. 塑性解析手法の開発

4.1 降伏条件 Von Mises の降伏条件を元にモデル化する。Von Mises の降伏条件は

$$J_2^{1/2} = k \quad (13)$$

である。ただし k は剪断試験の降伏応力の大きさを表し、 J_2 は以下で定義される。

$$J_2 = \frac{1}{2} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2) + \tau_{xy} \quad (14)$$

弾塑性解析をおこなう場合、降伏したバネは E を十分小さくすることで表現され ν は非圧縮に近くするために 0.5 に近い値が用いられる。

4.2 粘塑性モデル 粘塑性モデルには Fig.3 の様な弾性バネと塑性バネが直列に結合したモデルを用いた。塑性バネの歪み速度と応力の関係は

$$\dot{\epsilon}_{vp} = \gamma (\sigma - \sigma_Y - H \epsilon_{vp}) \quad (15)$$

ただし γ は粘性係数の逆数、 H は硬化係数、 σ_Y は降伏応力である。粒子 i, j 間の歪み $\epsilon_{vp,ij}$ は

$$\epsilon_{vp,ij} = \frac{u_{vp,j} - u_{vp,i}}{\tau_{ij}} \quad (16)$$

これにより粘塑性の式を離散化すると

$$\frac{\epsilon_{vp,ij} - \epsilon_{vp,ij}^{old}}{dt} = \gamma \left(\sigma - \sigma_Y - H \frac{\epsilon_{vp,ij} + \epsilon_{vp,ij}^{old}}{2} \right) \quad (17)$$

粒子を Lagrange 的に動かす場合は $\epsilon^{old} = 0$ となり、硬化を無視して $H = 0$ とすると

$$\epsilon_{vp,ij} = dt \gamma (\sigma - \sigma_Y) \quad (18)$$

となる。この式を弾性の式

$$\epsilon = \frac{1}{E} \sigma \quad (19)$$

と比較すると、粘性バネは弾性バネのヤング率を

$$E_{vp} = \frac{1}{\Delta t \gamma} \quad (20)$$

で置き換えたものでモデル化すればよいことになる。

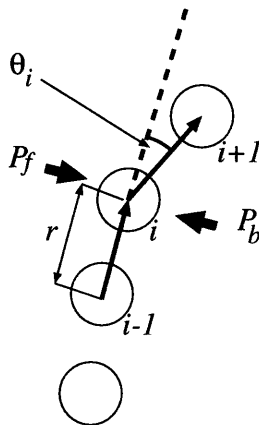


Fig.1:薄肉構造物粒子

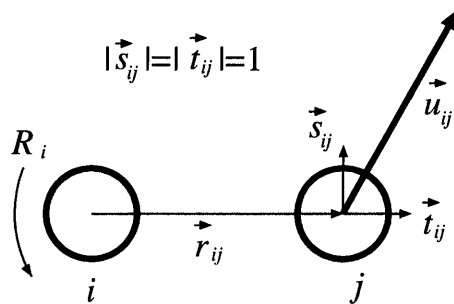


Fig.2:厚肉構造物粒子

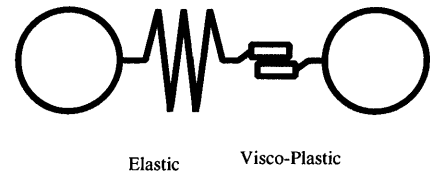


Fig.3:弾粘塑性モデル

5. 流体-薄肉構造物連成解析

5.1 2次元弾性水槽におけるスロッシング

2次元のスロッシングの解析をおこなった。計算体系は矩形の水槽で Fig.4 に示すものである。水槽の幅 l に対する水深 h の比が 0.1 と 0.6 で計算をおこなった。 $h/l = 0.1$ の浅い水槽では進行波が計算され、振幅がピークとなる角振動数は線形理論値 ω_1 よりも大きくなった。これは実験と計算で良

く一致している (Fig.5)。これに対し深い水槽では振幅のピークが線形理論値に近い (Fig.6)。この傾向も実験と計算で一致している。ただ振幅の値が実験値の方が大きく、ピークの振動数が線形理論値より幾分小さい。MPS 法では粒子の Lagrange 的な動きに起因したエネルギーの消散のため実験より小さな振幅で計算されたためピークも線形理論値からずれなかったと考えられる。Figure 7 は水槽の側面を弾性壁に置き換えて計算した場合の周波数応答である。スロッシングは壁の変形と共鳴し振幅が剛体壁水槽の場合よりも大きく計算された。壁の変形は水槽の幅をひろげる効果もあり、ピークの位置は深い水槽の場合より低い振動数となった。

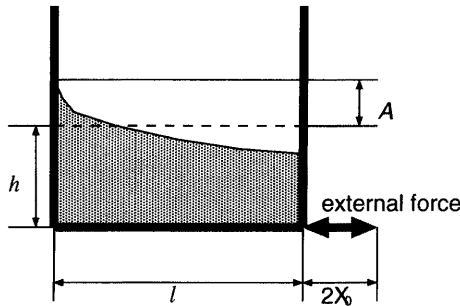


Fig.4: 2次元スロッシング計算体系

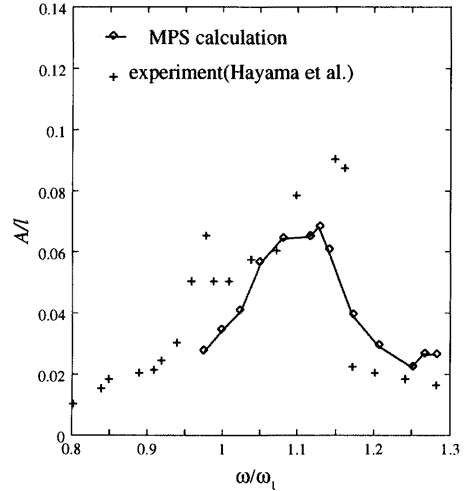


Fig.5:スロッシングの周波数応答 ($h/l = 0.1$)

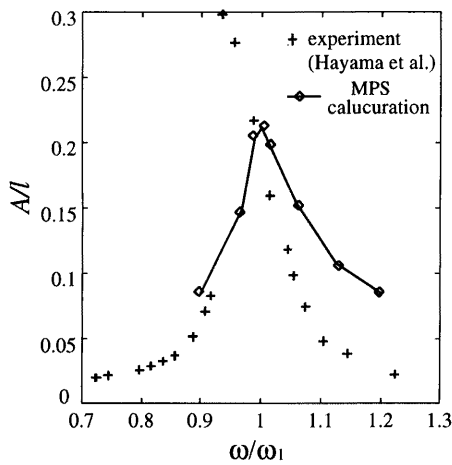


Fig.6:スロッシングの周波数応答 ($h/l = 0.6$)

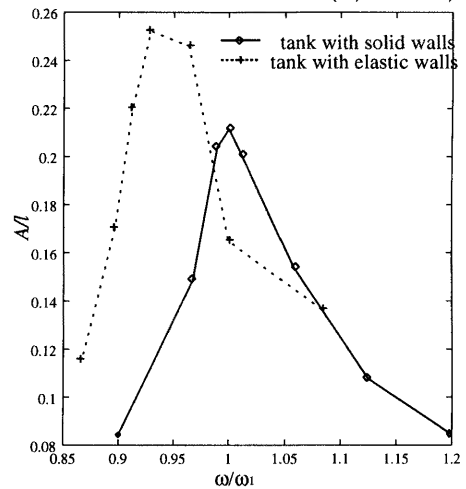


Fig.7:弾性水槽における周波数応答

5.2 3次元弾性円筒水槽におけるスロッシング

次に3次元スロッシングの解析結果を示す。静止した立方体の水槽の液面に初期の変位を与えて計算する。Figure 8 は水面の高さの変化の計算結果である。計算されたスロッシングの周期は線形理論値の 0.65sec と良く一致している。

3次元弾性円筒水槽における計算の結果を Fig.9 に示す。この計算は水槽に強制振動を与えてスロッシングさせており、スワールが生じ円筒水槽の2次のモードの振動と共鳴する様子が計算できた。

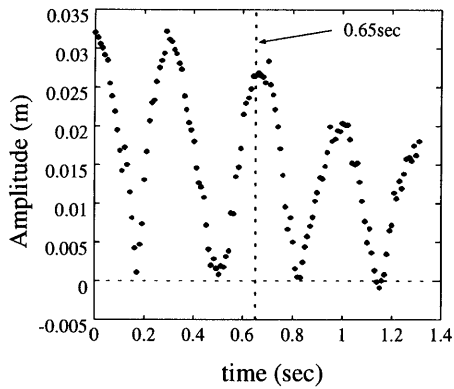


Fig.8: 3次元スロッシングの水面高さの変化



Fig.9:弾性円筒水槽における計算結果 (3.17sec)

6. 弾性解析

6.1 片持ち梁の解析 矩形の片持ち張りの先端に剪断力を与えた場合の弾性解析をおこなった。計算体系を Fig.10 に示す。計算粒子数 153、 $r_e = 3.0l_0$ の計算結果を解析解と比較したものを Fig.11 に示す。計算結果は解析解とよく一致した。計算精度と粒子数の関係を FEM, EFGM と比較して Fig.12 に示す。FEM は 4 接点 8 自由度である。本計算は解析解からわずかにずれて収束したが誤差は 1 パーセント未満である。

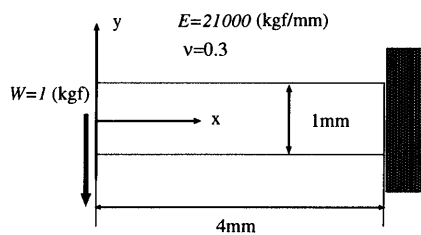


Fig.10:計算体系 (片持ち梁)

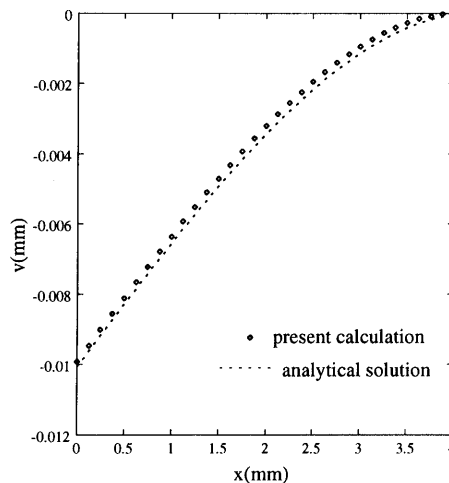


Fig.11:変位 (片持ち梁)

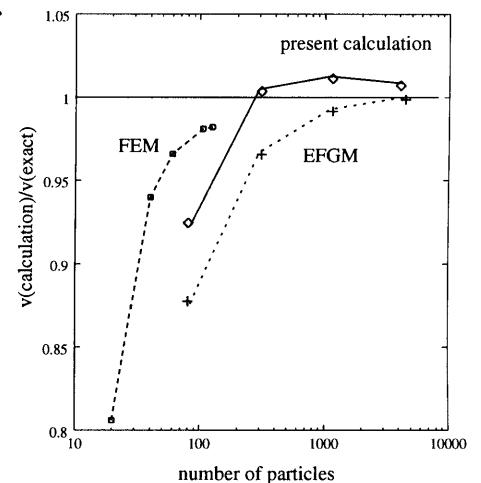


Fig.12:誤差 (片持ち梁)

6.2 円穴を有する平板の解析 粒子を応力集中部分に多く配置して円穴を有する板の計算をおこなった。計算体系を Fig.13、粒子配置を Fig.14 に示す。Figure 15 は応力の分布を解析解と均質粒子配置の計算結果と比較したものである。非均質粒子配置を用いた結果、応力集中の解析精度が向上しているのがわかる。

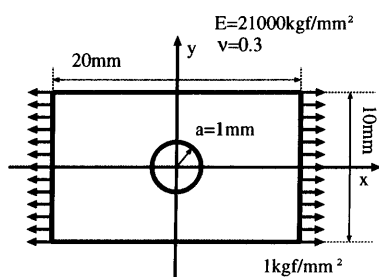


Fig.13:計算体系 (円穴を有する平板)

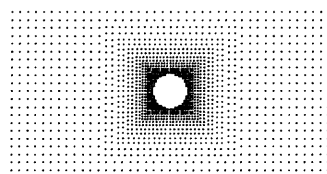


Fig.14:粒子配置 (円穴を有する平板)

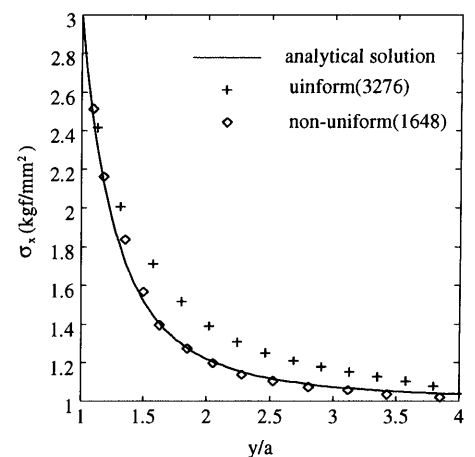


Fig.15:応力分布 (円穴を有する平板)

6.3 流体構造物同時解析

次に造波板で発生させた重複波による海岸構造物の弾性変形を計算した。計算体系を Fig.16 に示す。造波板の動きは

$$x = A\left\{1 + \sin\left(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi}{2}\right)\right\} \quad (21)$$

で与えた。ただし A は振幅、 T は周期である。流体の計算も MPS 法を用いている。海岸構造物にかかる総圧力を Fig.17、波の峰が達した時の圧力の分布を Fig.18 に示す。計算結果は Sainflou の理論と良く一致している。計算された波圧を外力として同時に海岸構造物の変位を計算した結果が Fig.19 である。このように流体-構造物の相互作用を MPS 法を用いて統一的に解析することが可能となった。

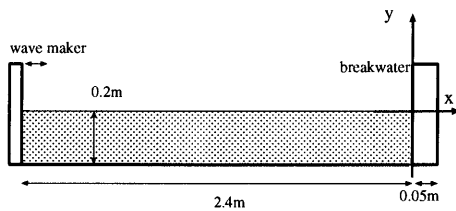


Fig.16: 計算体系 (海岸構造物)

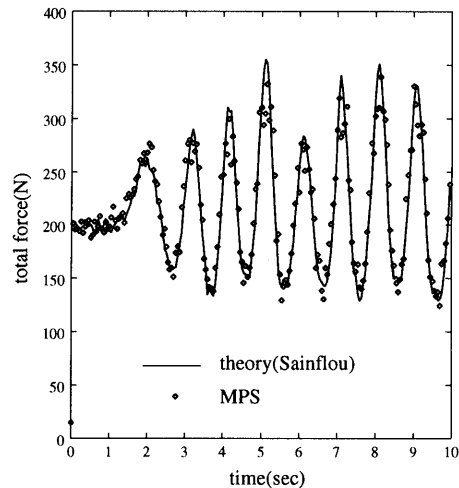


Fig.17: 海岸構造物のうける波圧

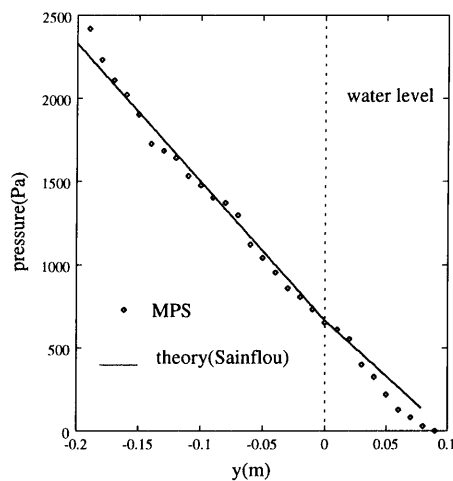


Fig.18: 圧力分布



Fig.19: 海岸構造物の変位

7. 塑性解析

7.1 内圧のある円管の弾塑性解析 Figure 20 は内圧のある円管の弾塑性解析の計算体系である。円管は圧力の上昇に従って内側から降伏していく。降伏した部分は弾性バネがなくなったものとし非圧縮条件を与える。Figure 21 は円管内側の変位と内圧の関係を計算結果と解析解と比較したものである。解析解と計算結果でおよそ一致しているが、計算は不安定になりやすく降伏条件の与え方などに検討の余地がある。

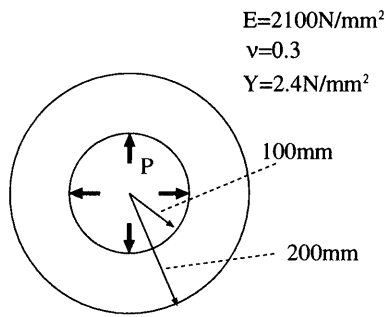


Fig.20:計算体系 (内圧のある円管)

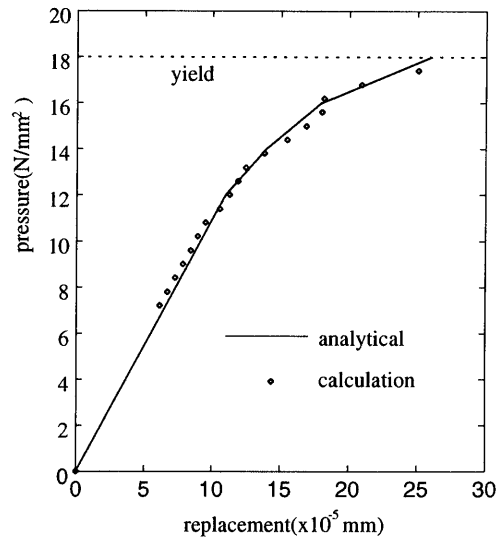


Fig.21:円管の内側変位と内圧の関係

7.2 引き張り棒の粘塑性解析 Figure 22 は引き張り棒の粘塑解析の計算体系である。棒に端に一様で一定の荷重をかけた場合の棒の変位の時間変化を解析した。棒の変位は弾性変形によるものと粘塑性変形によるものに分離でき、それぞれを解析結果と比較したものが Fig.23 である。時間がたつと誤差が蓄積してずれが生じるもののおよそ計算結果と解析解で一致している。

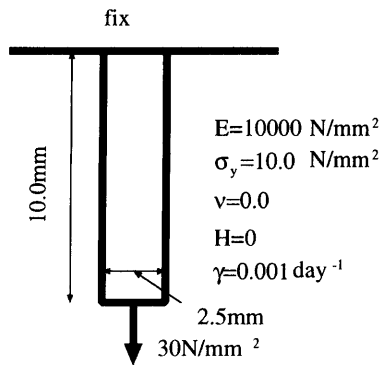


Fig.22:計算体系 (粘塑性引き張り棒)

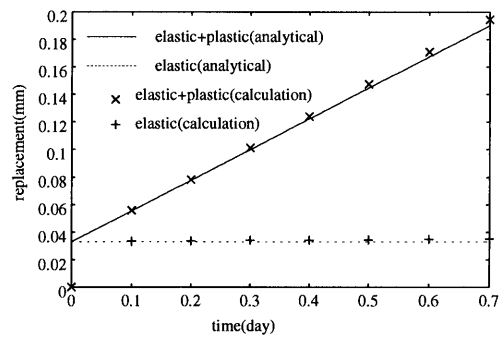


Fig.23:変位の時間変化 (粘塑性引き張り棒)

7.3 凹部のある柱の大変形 本手法を用いて大変形をする粘塑性変形の解析をおこなった。計算体系を Fig.24 に示す。剪断力を受けた柱は降伏条件を満たした部分において粘塑性変形をする。Figure 25 は計算結果で、黒丸は材料が降伏条件を満たしたことを示す。凹部で応力集中がありその部分が降伏して大きく粘塑性変形している様子が計算できている。

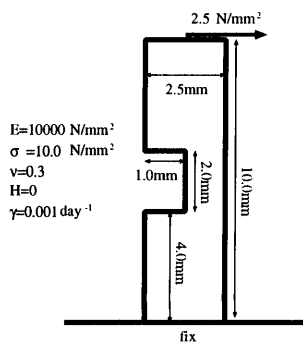


Fig.24:計算体系 (凹部のある柱)

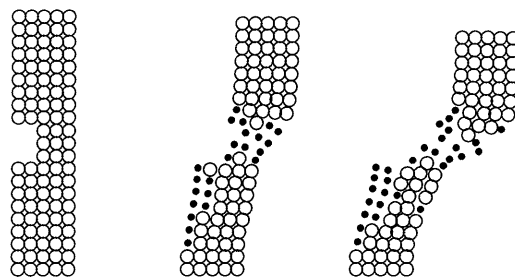


Fig.25:計算結果 (凹部のある柱)

6.4 中央き裂を有する板のクリープ破壊

本手法を用いてき裂のある平板のクリープ変形を解析した。計算体系を Fig. 26 に示す。計算粒子数は 408 である。板の変形の様子を Fig. 27 に示す。白の丸は弾性体粒子、黒の丸は塑性体粒子、板中央の線は初期のき裂を表している。き裂は時間をおってゆっくりと進展し、やがて塑性領域が板の両端に至ると急激に変形が進み破壊に至る。

Figure 28 は無次元化された開口変位の時間変化の計算と実験 (smooth, DEN, CT 試験片における) の比較である。時間は破壊までの時間 t_f で無次元化されている。 $t/t_f = 1.0$ 付近で若干計算結果の変形が実験よりも小さいが、弾塑性解析のところでも述べたとおり降伏条件モデルが影響している可能性が考えられる。しかし全体として計算と実験でよく一致している。

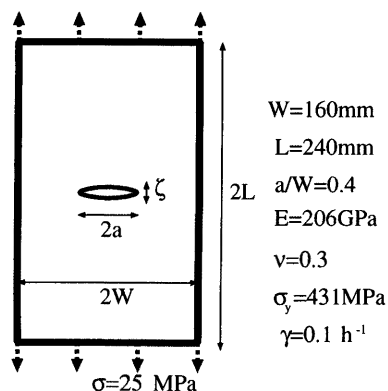


Fig.26:計算体系 (き裂のある平板)

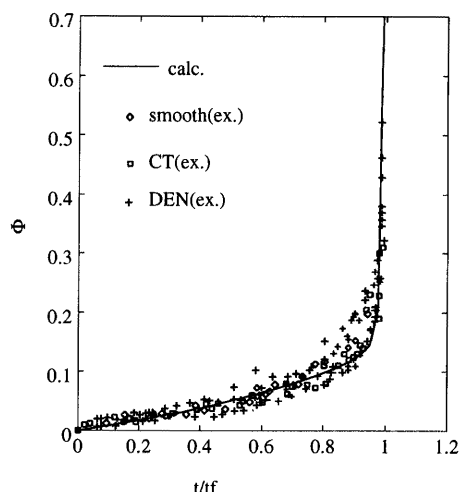


Fig.28:変形と時間の関係

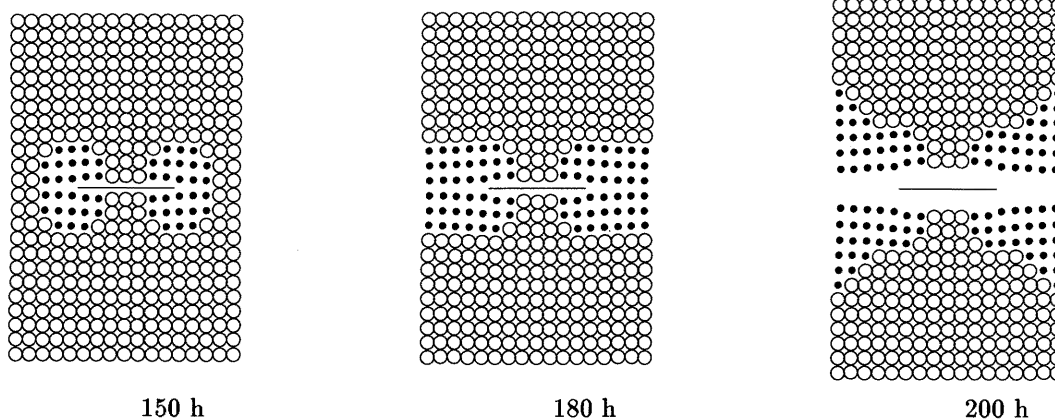


Fig.27:クリープ変形の様子

7. 結論

MPS法の粒子間相互作用に基づいて薄肉弾性体、厚肉弾性体、厚肉塑性体の計算手法を開発した。特に厚肉構造物のための手法は支配方程式を静的に解いているので構造物の力の静的な解析ができる粒子法として新しい。本手法はメッシュを用いる計算では困難であった大変形する構造物の解析も可能である。またメッシュ生成の労力が大幅に軽減すると考えられる。それぞれの手法は解析解と比較することによって検証した。また塑性体の計算ではクリープ破壊の解析結果は実験と良く一致した。

流体と構造物をともに粒子を用いることによって流体-構造物連成問題を粒子法で統一して解析することが可能になった。本研究ではその例として弾性円筒水槽におけるスロッシングと波を受ける海岸構造物の解析を実際におこなった。

今後の応用として、大変形をとまなう塑性加工の問題や破壊を伴う流体-構造物の相互作用の問題など、メッシュを用いた手法では解析が困難な問題への適用が期待できる。