論文審査の結果の要旨

氏名　本田 龍央

退化ヘッケ環は、Drienfeld と Lusztig により独立に導入された。その後、Dunkl 作用素や Weyl 群の作用を通じて、退化ヘッケ環とその表現は、最近進展している Heckman-Opdam の超幾何微分作用素の理論や、有理関数または三角関数をポテンシャルに持つ完全積分可能量子系の理論と密接にかかわり、応用されてきた。

退化ヘッケ環の有限次元表現は完全可約とは限らないが、半単純リー群の無限次元表現と同様に、Langlands の分類理論や主系列表現への埋め込み定理に対応することが成り立つ。特に、退化ヘッケ環の任意の既約有限次元表現は、その主系列表現の既約部分商として実現されるので、主系列表現の Jordan-Hölder 列を具体的に求めることが興味の対象となる。

退化ヘッケ環の主系列表現のパラメータとルートとの内積がある値、すなわち適当な正規化で ± 1 をとらない限り既約であり、また ± 1 となることがあると可約となることが知られている。そのパラメータには Weyl 群が作用しているが、その作用で移りあう主系列は、Grothendieck 群の意味では同値となることが知られている。

論文提出者本田は、主系列表現のパラメータが退化していない場合、すなわち、ルートとの内積が 0 にならない場合、パラメータを Weyl 群のある基本領域に移した主系列表現の Jordan-Hölder 列を具体的に決定し、その構造に自然な双対性があることを参考論文で示した。このとき、パラメータとの内積が 1 になるルートの個数を m とすると、Jordan-Hölder 列の長さは 2^m となる。この明確に記述された Jordan-Hölder 列を持つ場合を放物型と呼ぶ。

主系列が可約で、しかもパラメータの退化があると、その主系列の Jordan-Hölder 列の構造は極めて複雑になり、その現象はほとんど理解されていない。提出論文において、本田はこの困難な場合の研究を行い、Dynkin 図式を用いて表せる基本的な場合への帰着定理、および、特に A 型の場合は、Grothendieck 群の意味で放物型になるための必要十分条件を得た。

パラメータを Weyl 群の作用で移して、パラメータとの内積が 0 または 1 になるのは、単純ルートに限ると仮定する。なお、A, D, E 型の時は、この仮定は常に満たされる。この場合、主系列の Jordan-Hölder 列の構造は、内積が 0 または 1 の単純ルートのみから生成される部分 Weyl 群に対応する退化部分ヘッケ環の場合の Jordan-Hölder 列の構造に帰着される、というのが最初の主要結果である。

この結果により、Grothendieck 群の意味での主系列の既約分解は、単純ルートとパラメータとの内積が 0 または 1 のみの値をとる場合の Jordan-Hölder 列から分かることになる。論文では、まずいくつかの基本的で重要な例における Jordan-Hölder 列を考察した。その結果の解析から、A 型のとき分解が放物型になる必要十分条件は、

Dynkin 図式において、パラメータとの内積が 0 となる 1 つ以上の単純ルートの列が 1 の値をとる単純ルートに挟まれることがなく、また、1 の値をとる単純ルートの両側が 0 の値をとる単純ルートではない、ということであることを示した。これが提出論文の主要結果であるが、論文における考察はより広い場合に適応可能であり、A 型以外の場合にも放物型になる必要条件を与えていて、一般のルート系の場合の研究の足がかりとなっている。

退化ヘッケ環の表現は、基本的でかつ重要であるにもかかわらず、まだ解明されていない部分が多い。論文提出者本田は、その一般的な研究の足がかりを与えており、この方面の研究の発展と応用が期待される。よって、論文提出者 本田龍央 は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。