## 論文の内容の要旨

論文題目　COLEMAN MAP FOR HIDA DEFORMATIONS

（肥田のモジュラーガロア変形に対するコールマン写像）

氏名　落合 理

本論文ではある種の (ordinary type の) 2 次元ガロア表現の変形 (定義については本論文 3 節を参照のこと) に対する Coleman(-Perrin Riou) 写像の構成を適当な条件のもとで行った．特にこの論文で得られた結果を Beilinson-Kato elements に適用することで，肥田氏の $\Lambda$-進カスプ形式に付随する 2 変数の $p$-進 $L$ 函数を得たのが主結果である．以下では肥田氏によって構成されたモジュラーガロア変形の場合に話を限って主結果を説明したい．

以下素数 $p \geq 5$ を固定し，また有理数体 $\mathbb{Q}$ の代数閉包 $\overline{\mathbb{Q}}$ の複素埋め込み $\overline{\mathbb{Q}} \hookrightarrow \mathbb{C}$ と $p$-進埋め込み $\overline{\mathbb{Q}} \hookrightarrow \overline{\mathbb{Q}}_p$ を固定しておく．1 の原始 $p^s$ 乗根のノルム系 $\{\zeta_{p^s}\}_{s \geq 0}$ をひとつ固定する．$\Gamma_{\mathrm{d}}$ をダイヤモンド作用素からくる pro-$p$ 群とする．つまり，$\Gamma_{\mathrm{d},t} \cong \mathbb{Z}/p^t\mathbb{Z}$ をモジュラー曲線 $Y_1(p^{t+1})$ のダイヤモンド作用素のなす群の $p$-Sylow 部分群とし，$\Gamma_{\mathrm{d}} = \varprojlim_t \Gamma_{\mathrm{d},t}$ で定義する．$\Gamma_{\mathrm{d}}$ から $1+\mathbb{Z}_p \subset \mathbb{Z}_p^\times$ への標準同型を $\kappa_{\mathrm{d}}$ であらわす．以下本稿では $\mathbb{Z}_p$ (resp. $\mathbb{Q}_p$, $\mathbb{Z}_p[[\Gamma_{\mathrm{d}}]]$) 上の有限生成自由加群 $M$ に対して $M^*$ でその線形双対をあらわすことにする．

肥田氏の仕事により $G_{\mathbb{Q}} = \mathrm{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$-加群 $\mathcal{T}_{\mathrm{d}} \cong \mathbb{Z}_p[[\Gamma_{\mathrm{d}}]]^{\oplus 2}$ で次のような性質をみたすものが構成されている：

1. 各整数 $k \geq 2$ と $\Gamma_{\mathrm{d}}$ の重さ $k-2$ の数論的指標 $\chi_{\mathrm{d}} = \kappa_{\mathrm{d}}^{k-2}\eta_{\mathrm{d}}$ ($\eta_{\mathrm{d}}$ は $\Gamma_{\mathrm{d}}$ の位数有限指標) に対して，ある重さ $k$ のカスプ形式 $f_{\chi_{\mathrm{d}}} = \sum_{0<n<\infty} a_n(f_{\chi_{\mathrm{d}}})q^n$ ($a_n(f_{\chi_{\mathrm{d}}}) \in \overline{\mathbb{Q}}$) が存在して，$\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$ の $\chi_{\mathrm{d}} :\ \mathbb{Z}_p[[\Gamma_{\mathrm{d}}]] \longrightarrow \overline{\mathbb{Q}}_p$ での特殊化 $\mathcal{T}_{\mathrm{d}} \otimes_{\mathbb{Z}_p[[\Gamma_{\mathrm{d}}]]} \overline{\mathbb{Q}}_p$ が Deligne の意味での $f_{\chi_{\mathrm{d}}}$ に付随する $G_{\mathbb{Q}}$ の $p$-進表現となる．
2. $\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$ への作用を $p$ での分解群 $G_{\mathbb{Q}_p}$ に制限すると，$\mathrm{F}^+\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$, $\mathcal{T}_{\mathrm{d}}/\mathrm{F}^+\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$ 各々が階数 1 の自由 $\mathbb{Z}_p[[\Gamma_{\mathrm{d}}]]$-加群となるフィルトレーション
$$0 \longrightarrow \mathrm{F}^+\mathcal{T}_{\mathrm{d}} \longrightarrow \mathcal{T}_{\mathrm{d}} \longrightarrow \mathcal{T}_{\mathrm{d}}/\mathrm{F}^+\mathcal{T}_{\mathrm{d}} \longrightarrow 0$$
で $\mathrm{F}^+\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$ への $G_{\mathbb{Q}_p}$ の作用がある不分岐指標 $\widetilde{\alpha}_{\mathrm{d}}$ で与えられるものがある．更に $\widetilde{\alpha}(\mathrm{Frob}_p) = A_p$ ($\mathrm{Frob}_p$ は幾何的フロベニウス) とすると，$\Gamma_{\mathrm{d}}$ の各重さ $\geq 0$ の数論的指標 $\chi_{\mathrm{d}}$ に対して，$\chi_{\mathrm{d}}(A_p) = a_p(f_{\chi_{\mathrm{d}}})$ となる．

$G_\infty$ を $\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^\infty})/\mathbb{Q}_p$ のガロア群とする．有限生成 $\mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$-加群 $M$ に対して，$\mathrm{Tw}_\mathrm{c}(M)$ (resp. $\mathrm{Tw}_\mathrm{d}(M)$) を，$M$ と同じ underlying module をもち $g \in G_\infty$ (resp. $g \in \Gamma_\mathrm{d}$) の作用が $g{*}x = \chi_\mathrm{cyc}(g)(g{*}_M x)$ (resp. $g{*}x = \kappa_\mathrm{d}(g)(g{*}_M x)$) と twist された $\mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$-加群とする (ここで，$x \in \mathrm{Tw}_\mathrm{c}$ (resp. $x \in \mathrm{Tw}_\mathrm{d}$) であり，${*}_M$ は $M$ への元の $G_\infty$-action (resp. $\Gamma_\mathrm{d}$-action) をあらわす).

各整数 $k \geq 2$ に対して，ガロア表現 $\mathcal{T}_\mathrm{d}$ の $\mathbb{Z}_p[[\Gamma_\mathrm{d}]]$-加群としての構造を，$\gamma_\mathrm{d} * x := \kappa_\mathrm{d}^{k-2}(\gamma_\mathrm{d})\gamma_\mathrm{d} \cdot x$ ($\gamma_\mathrm{d}$ の $\Gamma_\mathrm{d}$ の位相的生成元，$\cdot$ はもともとの作用) と twist して得られたガロア表現を $\mathcal{T}_\mathrm{d}^{(k)}$ とおく．各 $t \geq 0$ で $T_t^{(k)} = \mathcal{T}_\mathrm{d}^{(k)}/(\gamma_\mathrm{d}^{p^t} - 1)\mathcal{T}_\mathrm{d}^{(k)}$，$V_t^{(k)} = T_t^{(k)} \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Q}_p$ とする．$1 \leq j \leq k-1$ なる自然数 $j$ に対して，階数 1 の自由 $\mathbb{Z}_p[[\Gamma_\mathrm{d}]]$-加群 $\mathcal{D}$ を $\mathcal{D} = (\mathrm{F}^+\mathcal{T}_\mathrm{d}^{(2)} \widehat{\otimes}_{\mathbb{Z}_p} \widehat{\mathbb{Z}}_p^{\mathrm{ur}})^{G_{\mathbb{Q}_p}}$ とおくと，$(\mathcal{D}/(\gamma_\mathrm{d}^{p^t} - \kappa_\mathrm{d}^{k-2}(\gamma_\mathrm{d}^{p^t}))\mathcal{D}) \otimes_{\mathbb{Z}_p} \mathbb{Q}_p$ は Fontaine の de Rham 加群 $\mathrm{D}_\mathrm{dR}(V_t^{(k)})/\mathrm{Fil}^0\mathrm{D}_\mathrm{dR}(V_t^{(k)})$ と同一視される．

ここで，$a_t^{(k)}$ は不分岐表現 $\mathrm{F}^+\mathcal{T}_\mathrm{d}^{(k)}$ に対応する不分岐指標を $\widetilde{\alpha}^{(k)}$ とするとき，$\widetilde{\alpha}^{(k)}(\mathrm{Frob}_p) \in \mathbb{Z}_p[[\Gamma_\mathrm{d}]]$ の $\mathbb{Z}_p[[\Gamma_\mathrm{d}]]/(\gamma_\mathrm{d}^{p^t} - 1)$ での像である．

$V$ を $\mathbb{Q}_p$ の絶対ガロア群 $G_{\mathbb{Q}_p}$ の $p$-進表現とするとき，加藤氏により，dual exponential map $H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), V) \xrightarrow{\exp^*} \mathrm{Fil}^0\mathrm{D}_\mathrm{dR}(V) \otimes \mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s})$ が定義されている．この写像は Bloch-Kato の finite part と呼ばれる部分 $H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), V) \subset H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), V)$ による商 $\dfrac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), V)}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), V)}$ を経由する．各整数の組 $j, k$ (resp. $j', k'$) で $1 \leq j \leq k-1$ (resp. $1 \leq j \leq k-1$) なるものに対して，次のような $\mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$-加群としての標準的な同一視がある:

$$\varprojlim_{s,t} \frac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (T_t^{(k)})^*(1-j))}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (T_t^{(k)})^*(1-j))}$$
$$\xrightarrow{u^{(j,j')}_{(k,k')}} \mathrm{Tw}_\mathrm{c}^{j'-j}\left(\mathrm{Tw}_\mathrm{d}^{k'-k}\left(\varprojlim_{s,t} \frac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (T_t^{(k')})^*(1-j'))}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (T_t^{(k')})^*(1-j'))}\right)\right).$$

本論文での主定理は次のとおりである:

**定理．** 記号等は上述の通りとする．階数 1 の自由 $\mathbb{Z}_p[[\Gamma_\mathrm{d}]]$-加群 $\mathcal{D}$ の基底 $d$ をひとつきめる．$\mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$-線形写像 $\overline{\Omega}_d : \varprojlim_{s',t'} \dfrac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^{s'}}), (T_{t'}^{(2)})^*)}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^{s'}}), (T_{t'}^{(2)})^*)} \longrightarrow \mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$ で次の性質をみたすものが構成される:

1. $\mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$-線形準同型 $\overline{\Omega}_d$ は単射で，$\mathrm{Coker}(\overline{\Omega}_d)$ は $\mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$-加群として pseudo-null となる．
2. $1 \leq j \leq k-1$ を満たす整数の組 $j, k$ ごとに，

$$\{c^{(j,k)}_{s',t'}\}_{s',t'} \in \varprojlim_{s',t'} \frac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^{s'}}), (T_{t'}^{(k)})^*(1-j))}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^{s'}}), (T_{t'}^{(k)})^*(1-j))}$$

を norm compatible な cohomology elements のシステムとする．また $1 \leq j \leq k-1$ (resp. $1 \leq j' \leq k'-1$) なる組 $j, k$ (resp. $j', k'$) に対して，$\mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_\mathrm{d}]]$-加群の構

造を忘れた underlying module の射

$$\varprojlim_{s,t}\frac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}),(T_t^{(k')})^*(1-j'))}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}),(T_t^{(k')})^*(1-j'))}\xrightarrow{u^{(j,j')}_{(k,k')}}\varprojlim_{s,t}\frac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}),(T_t^{(k)})^*(1-j))}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}),(T_t^{(k)})^*(1-j))}$$

によって $\{c^{(j',k')}_{s',t'}\}_{s',t'}$ は $\{c^{(j,k)}_{s',t'}\}_{s',t'}$ に写されると仮定する.

各整数 $k\geq 2$ と $G_\infty$ の重さの数論的指標 $\chi_{\mathrm{c}}=\chi_{\mathrm{cyc}}^{j-1}\eta_{\mathrm{c}}$ ($\eta_{\mathrm{c}}$ は有限指標) で $1\leq j\leq k-1$ なるものに対して, 次のような補間性質を満たす：
$\eta_{\mathrm{c}}\neq\mathbb{1}$ が conductor $p^s$ の有限指標とすると,

$$\left(\overline{\Omega}_d(\{c^{(1,2)}_{s',t'}\}_{s',t'})\right)(\chi_{\mathrm{c}}\times\kappa_{\mathrm{d}}^{k-2})$$
$$=(-1)^{j-1}(j-1)!\left(\frac{a_p(f_k)}{p^{j-1}}\right)^{-s}G(\eta_{\mathrm{c}}^{-1},\zeta_{p^s})^{-1}\sum_{g\in G_s}\eta_{\mathrm{c}}^{-1}(g)\langle\exp^*(c^{(j,k)}_{s,0})^g,\delta^j_{\mathrm{crys}}\otimes d_k\rangle_s.$$

ここで, $\langle\ ,\ \rangle_s$ はペアリング

$$\mathrm{Fil}^0\mathrm{D}_{\mathrm{dR}}((V_t^{(k)})^*(1-j))\otimes\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s})\times\mathrm{D}_{\mathrm{dR}}(V_t^{(k)}(j))/\mathrm{Fil}^0\mathrm{D}_{\mathrm{dR}}(V_t^{(k)}(j))$$
$$\longrightarrow\mathrm{D}_{\mathrm{dR}}(\mathbb{Q}_p(1))\otimes\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s})\cong\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s})$$

とする.

$\eta_{\mathrm{c}}=\mathbb{1}$ が自明な指標とすると,

$$\chi_{\mathrm{c}}\left(\mathfrak{p}\left(\overline{\Omega}_d(\{c^{(1,2)}_{s',t'}\}_{s',t'})\right)\right)$$
$$=(-1)^{j-1}(j-1)!\left(1-\frac{p^{j-1}}{a_{\mathfrak{p}}}\right)\left(1-\frac{a_{\mathfrak{p}}}{p^j}\right)^{-1}\langle\exp^*(c^{(j,k)}_{0,0}),\delta^j_{\mathrm{crys}}\otimes d_k\rangle_0$$

まず最初に定理の系として 2 変数 $p$-進 $L$-函数が構成されることを述べ, 後に主定理の証明について少し説明したい.

重さ $k$ のカスプ形式 $f=\sum_{n\geq 0}a_n(f)\exp(2\pi\sqrt{-1}nz)$ に対して, $\overline{f}$ をその dual modular form $\overline{f}=\sum_{n\geq 0}\overline{a}_n(f)\exp(2\pi\sqrt{-1}nz)$ とする (ここで, $\overline{a}_n(f)$ は $a_n(f)$ の複素共役). またカスプ形式 $f$ の Betti realization を $M_{\mathrm{B}}(f)$ と記し, $M_{\mathrm{B}}(f)^{\pm}$ をその複素共役での $\pm1$-固有空間とする. $M_{\mathrm{B}}(f)^{\pm}$ はそれぞれ $\mathbb{Q}_f=\mathbb{Q}(\{a_n(f)\})$ 上の 1 次元ベクトル空間となる. Dirichlet 指標 $\eta$ で twist した $f$ の L-函数を $L(f,\eta,s)=\sum_{0<n<\infty}\frac{\eta(n)a_n(f)}{n^s}$ とし, $L_{(p)}(f,\eta,s)$ を $p$-factor を抜いた $L$-函数 $L_{(p)}(f,\eta,s)=\sum_{0<n<\infty,\ (n,p)=1}\frac{\eta(n)a_n(f)}{n^s}$ とする. 次のことを思い出そう:

1. $f^{\mathrm{anti}}=\sum_{n\geq 0}\overline{a}_n(f)\exp(-2\pi\sqrt{-1}n\overline{z})$ とする. Eichler-Shimura の同型により,

$$\overline{I}_\infty:\ \mathbb{C}\cdot f\oplus\mathbb{C}\cdot f^{\mathrm{anti}}\xrightarrow{\sim}M_{\mathrm{B}}(f)\otimes_{\mathbb{Q}_f}\mathbb{C}$$

2. $V_{\overline{f}}$ を $f$ の dual modular form $\overline{f}$ に付随する $p$-進表現とする．各 $1 \le j \le k-1$ に対して，$(\mathbb{Q}_f \cdot f) \otimes_{\mathbb{Q}_f} \widehat{\mathbb{Q}_f}^p$ は $\mathrm{Fil}^0 \mathrm{D}_{\mathrm{dR}}((V_{\overline{f}})^*(1-j)))$ と同一視される（ここで $\widehat{\mathbb{Q}_f}^p$ は $\mathbb{Q}_f$ の $p$-進完備化をあらわす）．

先の通り，$\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$ を肥田氏による2変数のモジュラーガロア変形とする．$\mathcal{F}$ に付随する表現 $\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$ の剰余表現が既約であるとき，加藤氏の仕事 [Ka] によって，$s,t$ に関して，norm compatible なガロアコホモロジーの元の系，$\mathcal{Z}^{(j,k)} = \left\{ z_{s,t}^{(j,k)} \in H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (T_t^{(k)})^*(1-j)) \right\}_{s,t \ge 0}$ で次の性質をみたすものが構成される:

1. $\chi_{\mathrm{d}} = \kappa_{\mathrm{d}}^{k-2}\eta_{\mathrm{d}}$ を $\Gamma_{\mathrm{d}}$ の重さ $k-2$ の数論的指標とし，$\eta_{\mathrm{d}}$ が $\Gamma_{\mathrm{d}}/\Gamma_{\mathrm{d}}^{p^t}$ の指標であるとする．$\exp^*$-写像での像 $\exp^*(z_{s,t}^{(j,k)}) \in \mathrm{Fil}^0\mathrm{D}_{\mathrm{dR}}((V_t^{(k)})^*(1-j)))^{\eta_{\mathrm{d}}}$ は $\mathbb{Q}_{\overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}} \cdot \overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}$ に含まれる．
2. $\displaystyle\sum_{g \in \mathrm{Gal}(\mathbb{Q}(\zeta_{p^s})/\mathbb{Q})} \eta(g)\exp^*(z_{s,t}^{(j,k)})^g \in \left(\mathbb{Q}_{\overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}} \cdot \overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}\right) \otimes_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\zeta_{p^s})$ の，写像:

$$\left(\mathbb{Q}_{\overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}} \cdot \overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}\right) \otimes_{\mathbb{Q}} \mathbb{Q}(\zeta_{p^s}) \longrightarrow \overline{\mathbb{Q}} \cdot \overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}} \xrightarrow{I_\infty} M_{\mathrm{B}}(\overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}})^{\pm} \otimes_{\mathbb{Q}_{\overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}}} \mathbb{C}$$

での像は，$L_{(p)}(f_{\chi_{\mathrm{d}}}, \eta, j) \cdot \delta_{\chi_{\mathrm{d}}}^{\mathrm{B},(-1)^{j-1}\eta(-1)}$ に等しい．ここで，上の最初の写像は，$\mathbb{Q}(\overline{f}_{\chi_{\chi_{\mathrm{d}}}})$ と $\mathbb{Q}(\zeta_{p^s})$ の $\overline{\mathbb{Q}}$ への固定された埋め込みから定まる写像であり，$\delta_{\chi_{\mathrm{d}}}^{\mathrm{B},\pm}$ は $M_{\mathrm{B}}(\overline{f}_{\chi'})^{\pm}$ のある $\mathbb{Q}_{\overline{f}_{\chi_{\mathrm{d}}}}$ 上の基底である（正確な定義は本論文3節を参照）．

上述の主定理をこの $\mathcal{Z}^{(j,k)}$ に対して適用することで次の系を得る．

**系．** $\mathcal{F}$ に付随する表現 $\mathcal{T}_{\mathrm{d}}$ の剰余表現が既約であると仮定する．また，階数1の自由 $\mathbb{Z}_p[[\Gamma_{\mathrm{d}}]]$-加群 $\mathcal{D}^{(1,2)}$ の基底 $d$ をひとつ固定する．このとき，Kato elements $\mathcal{Z}^{(1,2)}$ の像 $\overline{\Omega}_d^{(1,2)}(\mathcal{Z}^{(1,2)}) \in \mathbb{Z}_p[[G_\infty \times \Gamma_{\mathrm{d}}]]$ は次のような補間性質をみたす:

$$\overline{\Omega}_d^{(1,2)}(\mathcal{Z}^{(1,2)})(\chi_{\mathrm{cyc}}^{j-1}\eta_{\mathrm{c}} \times \chi_{\mathrm{d}}) \Big/ C_{p,d}(f_{\chi_{\mathrm{d}}})$$
$$= (-1)^{j-1}\frac{(j-1)!G(\eta_{\mathrm{c}}, \zeta_{p^s})(2\pi\sqrt{-1})^{k-1-j}}{\overline{C}_\infty^{(-1)^{k-j-1}\eta_{\mathrm{c}}(-1)}(f_{\chi_{\mathrm{d}}})} \left(\frac{a_p(f_{\chi_{\mathrm{d}}})}{p^{j-1}}\right)^{-s(\eta_{\mathrm{c}})} \left(1 - \frac{\eta_{\mathrm{c}}(p)p^{j-1}}{a_p(f_{\chi_{\mathrm{d}}})}\right) L(f_{\chi_{\mathrm{d}}}, \eta^{-1}, j)$$

ここで $\chi_{\mathrm{cyc}}^{j-1}\eta_{\mathrm{c}}$ (resp. $\chi_{\mathrm{d}}$) は $G_\infty$ (resp. $\Gamma_{\mathrm{d}}$) の重さ $j-1$ (resp. $k-2$) の数論的指標で $1 \le j \le k-1$ をみたすものとする．また，$G(\eta_{\mathrm{c}}, \zeta_{p^s})$ はガウス和を表し，$C_{p,d}(f_{\chi_{\mathrm{d}}})$ (resp. $\overline{C}_\infty^{(-1)^{k-j-1}\eta_{\mathrm{c}}(-1)}(f_{\chi_{\mathrm{d}}})$) は $p$-進周期 (resp. 複素周期) である（本論文3節を参照）．

**Remark．** 肥田氏の $\Lambda$-進カスプ形式に付随する2変数の $p$-進 $L$ 函数は，Greenberg-Stevens([GS])，北川氏 ([Ki])，太田氏らによっても構成されている．これらの仕事は，modular symbol の空間の補間を構成することによっており，本論文での構成と由来がことなる．

主定理の証明は，古典的なコールマン写像の定理への帰着によって行う．$(V_t^{(k)})^*(1-j)$ の de Rham 加群 $\mathrm{Fil}^0\mathrm{D}_{\mathrm{dR}}((V_t^{(k)})^*(1-j))$ が，$\mathrm{D}_{\mathrm{dR}}((\mathrm{F}^+V_t^{(k)})^*(1-j))$ に等しいこと，また，dual exponential map が，

$$\frac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (T_t^{(k)})^*(1-j))}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (T_t^{(k)})^*(1-j))} \longrightarrow \frac{H^1(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (\mathrm{F}^+T_t^{(k)})^*(1-j))}{H^1_f(\mathbb{Q}_p(\zeta_{p^s}), (\mathrm{F}^+T_t^{(k)})^*(1-j))} \xrightarrow{\exp^*} \mathrm{D}_{\mathrm{dR}}((\mathrm{F}^+V_t^{(k)})^*(1-j))$$

と経由されることにより, dual exponential map の補間の構成の問題を 1 次元ガロア表現 $(\mathrm{F}^{+}\mathcal{T}_{\mathrm{d}}^{(k)})^{*}(1-j)$ へと帰着する. この表現 $(\mathrm{F}^{+}\mathcal{T}_{\mathrm{d}}^{(k)})^{*}(1-j)$ は不分岐指標による twist の差を除いて円分指標ので deformation であることより証明が classical な Coleman 写像の話に帰着される.

## References


[GS] R. Greenberg, G. Stevens, *p-adic L-functions and p-adic periods of modular forms*, Invent. Math. **111** no. 2, 407–447, 1993.

[Ka] K. Kato, *p-adic Hodge theory and values of zeta functions of modular forms*, preprint, 1998.

[Ki] K. Kitagawa, *On standard p-adic L-functions of families of elliptic cusp forms*, $p$-adic monodromy and the Birch and Swinnerton-Dyer conjecture, 81–110, Contemp. Math., **165**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1994.