

論文審査の結果の要旨

氏名 寺嶋 郁二

多様体上 X のベクトル束とその接続が与えられると、その多様体上の道 $\gamma: [0, 1] \rightarrow X$ に沿った平行移動の概念が定義され、ベクトル束のファイバーの間の、ホロノミーとよばれる線形写像が得られる。論文提出者は、複素直線束の場合に関して、上の平行移動の概念を高次元化し、一般次元の境界のある多様体 M と写像 $f: M \rightarrow X$ に対して、ホロノミーの概念を拡張した。接続付きの複素直線束の同型類は、1次元の Deligne コホモロジーとよばれる微分形式の層のなすある複体のハイパーコホモロジーを用いて、記述される。論文提出者は、一般次元の Deligne コサイクルに対応して、高次の接続を定式化し、これを用いて、一般化されたホロノミーの概念を得た。その際、多様体 M の局所的な寄与を大域的に扱う手法として、Deligne コチェインに対する転入写像が構成されている。転入写像は、 $M = S^1$ の場合に、Brylinski が構成し、一般の場合には問題として挙げたもので、論文提出者の構成は、Brylinski の問題への解答を与えている。

平行移動の高次元化は、次のような方法でなされる。まず、 X の m 次の Deligne コサイクルに対して、転入写像を用いて、 m 次元多様体から X への写像全体の空間上の直線束とその接続が定義される。さらに、この接続のホロノミーとして、多様体 M に沿った平行移動の概念が得られる。重要な性質として、この平行移動が写像のはり合わせと両立することが示されている。

また、応用として、論文提出者は、上の高次元化されたホロノミー写像が、Deligne コホモロジー群と Cheeger-Simons 群の同型を、具体的にコサイクルのレベルで与えることを示した。さらに、別の応用として、Riemann 面の上の有理型関数 f, g に対して定義されるシンボル $\{f, g\}_p$ の概念を一般の n 次元複素多様体とその上のある有理型関数 f_0, \dots, f_n に、高次元化されたホロノミー写像の概念を用いて拡張し、それらの間の Steinberg 関係式と相互律を証明した。

本論文で得られた結果は、独創的で深い内容を含んでおり、幾何学の分野に大きく貢献するものである。よって、論文提出者 寺嶋 郁二は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。