

論文審査の結果の要旨

氏名 野田 健夫

3次元多様体を研究する上で、その上の幾何構造、葉層構造、接触構造、力学系などとのかかわりを理解することは非常に重要である。

射影的アノソフ流は、3次元多様体上の流れであって、流れの横断面が、射影的安定方向と射影的不安定方向との直和となっているものである。これは、接触構造の研究の中で三松により定義され、エリア・シュペルグ-サーストン等により研究されてきたもので、アノソフ流の一般化である。アノソフ流では安定、不安定方向と流れの接方向をあわせた安定、不安定平面場が C^1 級葉層構造として一意可積分であるが、射影的アノソフ流では、射影的安定、不安定方向と流れの接方向をあわせた安定、不安定平面場の一意可積分性は、一般には成立しない。

安定平面場、不安定平面場がともに C^2 級葉層構造となる射影的アノソフ流を正則な射影的アノソフ流と呼ぶ。正則な射影的アノソフ流は、正則なアノソフ流であるかまたは $T^2 \times I$ モデルの有限和となることが予想されている。

論文提出者野田健夫は本論文において、この予想に関する以下の定理を証明した。

定理。ザイフェルトファイバー空間の正則な射影的アノソフ流は、付随する葉層がコンパクト葉を持てば、 $T^2 \times I$ モデルの有限和となる。

従って、ほとんどのザイフェルトファイバー空間にはコンパクト葉を持つような正則な射影的アノソフ流は存在しない。

正則なアノソフ流が存在する3次元多様体は円周上の2次元トーラス束か、ザイフェルトファイバー空間であることがジスにより示されている。また、論文提出者の以前の研究により、円周上の2次元トーラス束上のコンパクト葉を持つ正則な射影的アノソフ流の分類は出来ており、論文提出者および坪井により、このような多様体上のコンパクト葉を持たない正則な射影的アノソフ流は正則なアノソフ流であるということも示されている。従って、上記の定理は重要な多様体上の正則な射影的アノソフ流の分類を完成させるものである。

論文提出者は定理を証明するために、ザイフェルトファイバー空間のファイバーに横断的な葉層構造についてのサーストン、レビット、アイゼンブッド-ハーシュ-ノイマン、松元らによる結果を境界のみにコンパクト葉を持つ場合に拡張し、これを有効に使っている。実際、境界のみにコンパクト葉を持つ葉層は大部分ファイバーに横断的な位置に変更でき、内部の葉層の普遍被覆は積葉層となる。論文提出者は、これが正則な射影的アノソフ流の位相に大きな制限を与えることを見出し上の定理を導いた。

主定理以外にも、双接触構造についてのいくつかの構成を与え、また半正則な射影的アノソフ流の研究も行っている。これらの研究も非常に興味深いものである。

このように論文提出者の研究は、これからのは3次元多様体の幾何構造、葉層構造、接触構造、力学系などのかかわりを研究する上で基礎となる非常に重要なものである。よって本論文提出者野田健夫は博士(数理科学)の学位を授与されるに十分な資格があるものと認める。