論文審査の結果の要旨

氏名　柿市良明

単純リー群やリー環の研究は、Lie, Killing, E. Cartan によって始まり、Klein や Riemann による幾何の研究とも結びついて発展した。現在では数学の各分野での基礎的な構造を提供している。標数が 0 の代数閉体上の単純リー群および単純リー環の分類は、E. Cartan によってなされたが、その後は Cartan 代数やルート系を用いる手法が整備され、それによって単純 Lie 環の構造を論じ、表現を研究する方法が主流になって今日に至っている。

一方、有限個の例外型の Lie 環、あるいはリー環をより一般化したリー・スーパー代数は、数学の他の分野や数理物理に重要性を持って現れて注目されており、これらを他の数学概念と結びつけて自然に構成することはことは極めて意義のあることと考えられる。

例外型単純 Lie 環に対しては、N. Jacobson, R. D. Schafer, H. Freudental, I. L. Kantor によってジョルダン代数を用いて、その構成と表現の研究がなされた。これらの結果は、具体的に例外型 Lie 環や Lie 群を扱う研究に役立ってきた。

ジョルダン代数は結合則を満たさない代数であるが、論文提出者柿市は、それを一般化したジョルダン三項系やリー三項系などの三項系、すなわち、2 つの要素でなく 3 つの要素から積として一つの要素が定まる代数を考察し、それをもとに例外型を含むすべての単純リー代数やリー・スーパー代数の統一的な構成の研究を行った。さらに、各種三項系やその間の関係も明らかにした。対称空間の接空間は自然にリー三項系となることから分かるように、構成は幾何学とも深く関わっている。

浅野・山口によってシンプレクティック三項系から A_1 以外の有限次元単純リー環すべてが構成されることが示されていた。また Allison や Hein によってジョルダン代数のある三項系の上での特殊表現からの単純リー環の構成があった。提出論文の第一章では、両者の構成の関係を、具体的に同型対応を与えることによって明らかにし、前者が後者の特別の場合と見なせることを示した。

第二章ではある結合的三項系と一般化されたジョルダン三項系とのテンソル積にリー三項系の構造を入れ、Jacobson の意味での標準埋め込みによってリー代数を構成した。この構成ではキリング形式を具体的に書き下すことができ、さらに三項系のイデアルを調べることにより、どのような三項系からどのようなリー代数が構成できるかを調べる方法を与えた。また最初の構成法との関係も明らかにした。第三章では、上記の理論をすべて次数をつけて一般化することによって、リー・スーパー代数を構成した。

さらに第四章では、Freudenthal の三項系と Kantor の三項系を含む三項系を導入して、第二章のようなテンソル積を考察し、それからリー代数やリー・スーパー代数

が複数の方法で自然に構成できることを示した。

具体的には、まず、このテンソル積に Freudenthal-Kantor の三項系の構造が入ることを示して、それの2個の直和にリー三項系の構造を入れたものからの標準埋め込みによる構成。さらに、Freudenthal-Kantor の三項系とそれの自己準同型写像から生成されるジョルダン三項系との直和に、より一般のリー三項代数やリー・スーパー三項代数の構造が入ることを示し、それの標準埋め込みからの構成。また、ある種の結合的三項系2つと Freudenthal-Kantor の三項系とのテンソル積から構成したものからの標準埋め込み、と三通りの方法で、それぞれ、リー代数およびリー・スーパー代数を構成した。

最後の章では、簡約等質空間の接代数としてのリー三項代数の性質を研究し、その構造論を用いての構成を行った。次数付きのリー三項代数系は、その微分の全体がリー・スーパー代数となることが示され、また、この代数系の標準埋め込みとして自然にリー・スーパー代数を構成した。

論文提出者柿市は、三項系という既知の代数系からリー代数やリー・スーパー代数を構成する各種の方法を与え、さらに、三項系相互の関連を明らかにした。具体的な例外型リー環やリー・スーパー代数が現れる今後の他方面の研究にも役立つと期待される。

よって、論文提出者柿市良明は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。