

論文審査の結果の要旨

氏名 川室圭子

本論文では論文提出者は、作用素環上の bimodule の新しい induction について、これまで知られていたさまざまな結果を統一した興味深い結果を得た。

作用素環上の bimodule が、(compact) 群の unitary 表現の「正しい」類似を与えることは 1980 年頃 Connes によって指摘された。作用素環上の bimodule に対し、テンソル積、次元、既約分解などが定義され、Frobenius 相互律などの期待されるような性質を持つのである。それ以来、作用素環上の bimodule について多くの研究があるが、特に近年、量子群の表現論や共形場理論との関連のため多くの注目が集まっている。作用素環 M が、III 型 factor と呼ばれる環の場合は、 M - M bimodule を考えることと、 M の自己準同型を考えることは同値であることが知られており、代数的場の量子論との関連で作用素環の自己準同型を研究することも盛んに行われている。Bimodule のテンソル積に対応する演算は、自己準同型の合成である。

本論文の研究テーマの元になっているのは、古典的な群の誘導表現の理論である。一般に群 G とその部分群 H があるとき、 G の表現を H に制限することは自明である。また、 H の表現に対し、 G の表現を作る誘導表現と呼ばれる構成法があり、表現の制限とは適当な意味で双対の関係にある。この操作の類似を作用素環 M とその部分環 N に対して行いたい、というのがもともとの動機である。一般に M - M bimodule があるとき、左右の作用を N に制限することは自明にできる。また、 N - N bimodule から M - M bimodule を構成する canonical な構成法も昔から知られている。そこで、これらが群の表現の制限、誘導の類似だと考えたいが、これらの操作には、自明な bimodule を保たない、bimodule のテンソル積も保たない、という問題点がある。そこで、これらの問題点を解消した、別の操作が求められることになる。Bimodule のかわりに、作用素環の自己準同型を考えることにして、環 M の自己準同型を部分環 N に制限する、部分環 N の自己準同型を M に延長する、という操作を考えれば、上記の問題点は解消されることがわかるので、これが表現の制限、誘導の「正しい」類似であると思いたい。しかし、 M の自己準同型を N に制限しても像は一般に N には含まれない、また、 N の自己準同型を M に延長することは一般にはできない、という問題がある。この困難は、自己準同型をその unitary 同値類の中で取り替えることを許してもなお解消されない。一方、代数的場の量子論に現れる、braiding 条件を仮定すればこの困難がクリアできるということが Longo-Rehren, Xu によって 1990 年代半ばに発見された。自己準同型を制限するのと延長するのは双対な操作で、どちらを考えても同じことなので以下では、延長の方を考えることにする。この自己準同型の延長の理論は、誘導表現の類似で α -induction と呼ばれて近年盛んに研究されている。

一方、この braiding を用いた α -induction の構成と、Longo-Rehren subfactor と呼ばれる別の構成の研究に現れる、泉の half-braiding を用いた最近の構成とがよく似ていることは専門家の目には明らかである。すなわち、この泉の研究に現れるのも作用素環の自己準同型の制限、延長であって、その際、通常の braiding より弱い、half-braiding という条件が重要な役割を果たすのである。(この、Longo-Rehren subfactor は、Drinfel'd の quantum double に相当するものを作用素環的に実現する構成法として近年大いに注目されているものである。)しかし、 α -induction と泉の half-braiding を用いた自己準同型の延長は、その類似性にもかかわらず、別々の定義による別々の構成として研究されてきた。また、自己準同型の部分環から大きな環へ

の延長という立場からすると、幸崎による 1993 年の自己同型の部分環から大きな環への延長の研究も同じ枠組みで捉えられるが、これは α -induction との類似という文脈では捉えられてきていなかったものである。

そこで、本論文提出者は、これらの類似した構成すべてを特別な場合として含む新しい induction を定義し、それが可能になるための必要十分条件が、braiding に関連した非常に弱い条件で与えられることを示したのである。これが本論文の主結果であり、大変興味深いものである。

また、上では bimodule を考えることと自己準同型を考えることは同値であると述べたが、環が III 型ではないときに片方の枠組みでの構成、結果からもう片方での構成、結果を導くことは、ある場合には非常に簡単であり、またある場合には比較的困難である。 α -induction の構成の場合は、これまで III 型環の自己準同型に対してのみ、自己準同型の特性を使って研究されてきており、II 型の bimodule で対応する構成が何かということは明らかではなかった。これは多くの人に近年問題とされてきたことである。本論文提出者は bimodule の枠組みで研究しているので、この問題に対する答えを与えたことにもなっている。さらにこの induction に対して、Jones の basic construction の類似の構成が行えることも示している。

以上の結果は作用素環論に対する重要な貢献であり、よって、論文提出者川室圭子は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。