論 文 の 内 容 の 要 旨

論文題目　　Study of Singular Cosmological Instantons

（特異な宇宙論的インスタントンの研究）

氏　名　　橋本　将

量子論的な宇宙の創生の理論では、従来、スカラー場が特別な形のポテンシャルと初期値をもっている必要があった。しかし、ホーキング Hawking とテュロック Turok は、スカラー場のポテンシャルが必ずしも極小を持たない一般的な形の場合にも、ある特別な種類の特異なインスタントン解の族が存在して、量子論的に開いた（または閉じた）宇宙がつくられうることを示した。ホーキング–テュロック・タイプのインスタントンでは、スカラー曲率とスカラー場が発散するが、それらの発散の作用への寄与は相殺されて全作用は有限に留まる。また、この特異性は緩やかで、特異点の近傍での理論の振る舞いがよいことも示せる。これらの理由から、ホーキングとテュロックはこの特異なインスタントン解を用いることは妥当であると考えた。

一方で、ヴィレンキン Vilenkin は、ホーキング–テュロック・インスタントンとは異なる境界条件をもつが同じ種類の特異性をもつインスタントン解を発見した。それらは漸近的平坦であり、平坦な時空が「無」に崩壊する過程を表すインスタントン解だと解釈された。平坦な時空は安定である

と思われるので、ヴィレンキンはホーキング–テュロックの特異性をもつインスタントンを使用することは妥当ではないと主張した。我々はヴィレンキンの結果を拡張し、任意次元での漸近的平坦な特異的インスタントン解の表式を導いた。後にテュロックは、massless スカラー粒子とアインシュタイン重力の系の漸近的平坦な特異的インスタントン（狭義のヴィレンキン・インスタントン）については、拘束条件を入れると negative mode が現れないことを示し、それゆえヴィレンキン・インスタントンは tunneling process を表さないのでヴィレンキンの批判は当たらないとした。

さて、このようなアインシュタイン重力を含む系の作用は、作用がメトリックの２回微分を含むので、境界項（表面項）の不定性がある。特に、解が特異点をもつ場合には、境界条件の取り方について様々な方法が考えられる。ホーキング–テュロックの特異性をもつインスタントンの作用を求めるとき、例えば、特異点近傍をインスタントンから取り除き、そうしてできたインスタントンの境界面のギボンズ–ホーキング境界項の値を計算して、取り除いた領域のサイズをゼロにする極限をとるという方法がしばしば採用されている。しかし、上で述べたように作用には不定性があり、この方法の有効性は必ずしも明らかではない。例えば、ユークリッド化されたシュヴァルツシルト解を考えてみると、この解は特異性をもたず、また真空解であるので作用の体積項は 0 であり、無限遠の境界項からしか作用への寄与はない。しかし仮に、動径座標 r が $2MG$ である部分多様体近傍を取り除き、そうしてできた境界面のギボンズ–ホーキング境界項の極限値を計算してみると、その値は 0 にはならずに有限の値をもってしまう。この場合、問題の部分多様体が 2 次元の固定点の集合 fixed point set（ボルト bolt と呼ばれる）であるという点で特別なためにこのようなことが生じる。この場合取り除いた領域側でのギボンズ–ホーキング境界項の極限値（シュヴァルツシルト時空側での極限値とちょうど相殺する）も作用に含める必要があるのである。このことから、我々はホーキング–テュロック・タイプの特異性に対しても同じようなことが起こらないかどうか研究を行った。すなわち、取り除いた領域側のギボンズ–ホーキング

境界項の値も計算し、それとインスタントン側のギボンズ–ホーキング境界項の値の和を、ホーキング–テュロックの特異性の作用への寄与と見なすことを考えた。その結果、カルーツァ–クライン的に重力場とスカラー場を 5 次元時空の重力場で記述することをホーキング–テュロックの特異性をもつインスタントンに適用すると、特異点は 5 次元時空における 3 次元の固定点（5 次元時空におけるボルト）になることを一般的な議論で我々は示すことができた。また、この議論を任意次元に拡張した。そして我々は、d 次元時空のホーキング–テュロックの特異点を $(d+1)$ 次元時空のボルトと見ることにより、ユークリッド化されたシュヴァルツシルト時空の場合と同じようにして、ホーキング–テュロックの特異性がもつギボンズ–ホーキング境界項の値を求めることができた。結果として、特異点を除いたインスタントンのギボンズ–ホーキング境界項を求めた場合と異なり、我々は、その値の $(d-1)$ 分の 1 の値を得た。この値は、ホーキング–テュロックの特異性を、メンブレーンを導入して特異的でないインスタントンの極限として表したガリガ Garriga の（4 次元の）結果と一致する。一方で、テュロックたちのように、拘束条件をいれたインスタントンの極限としてホーキング–テュロックの特異性が現れるとした場合の結果とは一致しないが、このことは、拘束の入れ方によってホーキング–テュロックの特異性を持つインスタントンの性質がかなり異なることを示している。実際、カルーツァ–クライン式に高次元を用いて特異点を regular にしたインスタントン解は negative mode を一つ持ち、テュロックたちの考えた拘束条件をいれて regular にしたインスタントン解は negative mode をもたないことが 4 次元の場合に示されている。このことから、我々のインスタントンの扱い方は Vilenkin の tunneling wave function の境界条件に適し、テュロックらのインスタントンの扱い方は Hartle–Hawking の wave function の境界条件に適している可能性がある。

我々の得た結果の場合、面白い性質として、ホーキング–テュロック特異性をもつインスタントンも、コンパクトで特異性を持たないインスタントンと同じく、作用を（例えば 4 次元時空の場合） $S = -\mathrm{const.} \cdot \int d\sigma\, b(\sigma)$

という極めてシンプルな表式にまとめることができる。ここで、σ は虚時間の座標であり、$b(\sigma)$ はスケール・ファクターである。ギボンズ–ホーキング境界項に $1/(d-1)$ がかからなかった場合にはこのような簡単な表式にはまとまらない。