論文の内容の要旨

動的ネットワークにおける自発的構造形成

伊藤 淳司

複雑系研究において中心的な興味の対象となっているのは、要素間の相互作用を考えることによって、要素単体では見られなかった性質が新たに現れてくるという、いわゆる創発と言われる現象である。一般に、このような現象の基盤には、要素の役割分担やグループ化などの、要素間の関係性の変化が存在している。

ところで、ネットワークとは、まさにこの、要素間の関係性そのものを表す概念であった。多数の要素が存在し、その間に相互作用があるような系は、すべてネットワークとして捉えることができるこれは、複雑系研究は不可避的にネットワークの研究をその中に含んでいることを意味している。

しかしながら、複雑系の普遍的構造としてネットワークを捉え、その性質を明らかにしようとする研究は、未だ十分には為されていない。本論文は、このような研究のさきがけとして位置付けられる。すなわち、複雑系一般において見られるネットワークの持つ普遍的な現象を捉え、そのしくみを探ることで、複雑系一般に対する理解を深めることを目的とする。

本研究は、動的ネットワークにおいて一般的に現れる現象を見出し、そのメカニズムを明らかにすることを目的とする。このため、モデルとしては、大自由度力学系において見られる普遍的な性質を最も簡潔に表現していると考えられる、GCM を用いる。このような、非常に単純なモデルを用いることで、動的ネットワーク一般に現れる性質をとらえることを狙うのである。

従来の GCM においては、要素間の結合強度は定数であったが、これを要素の値に応じて変化させることによって、要素のダイナミクスと結合強度のダイナミクスとの間に相互作用を持たせることができる。このような相互作用は、従来のモデルには組み込まれておらず、われわれの研究によってはじめてその性質が明らかにされるべきものである。

要素のダイナミクスや結合強度のダイナミクスの選び方で、さまざまなモデルが構成できるが、

本論文では、4種類のモデルについてそのふるまいを調べた。

第一のモデルは、ロジスティックマップを要素のダイナミクスに持ち、結合強度は要素の運動の同期を強めるように変化するものである。このモデルは以下の方程式系で表される。

$$x_{n+1}^{i} = f((1-c)x_n^i + c\sum_{j=1}^{N} w_n^{ij} x_n^j)$$

$$w_{n+1}^{ij} = \frac{[1+\delta\cdot g(x_n^i, x_n^j)]w_n^{ij}}{\sum_{j=1}^{N}[1+\delta\cdot g(x_n^i, x_n^j)]w_n^{ij}}$$

$$f(x) = ax(1-x)$$

$$g(x,y) = 1-2|x-y|$$

aは要素のダイナミクスの非線形性を表すパラメータ、cは要素間の相互作用の強さを表すパラメータ、δは結合強度の変化のしやすさを表すパラメータ、Nはシステムサイズである。このモデルでは、パラメータ空間の広い範囲で、要素が自発的に2つのグループに分離し、一方のグループは他方へ結合を持つが、その逆の結合はほとんどないという構造が自発的に形成される。

第二のモデルは、モデルIの結合強度のダイナミクスに遅れを入れたもので、この遅れの導入により、要素はカオス的遍歴を見せるようになる。ここでの構造形成は、ただ一つの要素が、他のほぼ全ての要素へ結合を出し、他の要素は、その要素からのみ結合を受けるというものになる。

第三のモデルは、興奮性の振動子の結合系である。これは、第一、第二のモデルで見られる構造形成が、ロジスティックマップの結合系に特有のものではないことを示すために調べられた。このモデルは以下の方程式系で表される。

$$x_{n+1}^{i} = f(x_n^i + c\sum_{j=1}^{N} w_n^{ij} x_n^j)$$

$$w_{n+1}^{ij} = \frac{[1+\delta\cos\pi(x_n^i - x_n^j)]w_n^{ij}}{\sum_{j=1}^{N}[1+\delta\cos\pi(x_n^i - x_n^j)]w_n^{ij}}$$

$$f(x) = x + \omega + \frac{k}{2\pi}\sin 2\pi x (mod 1)$$

このモデルでは、系内の少数の要素が自発的にペースメーカーとなり、それぞれのペースメーカーは異なる要素のグループを同期に導く。この状態では、おのおののグループは異なる位相で振動しており、それを反映してネットワークは、それぞれのグループに属する要素がそれぞれのペースメーカーとのみ結合するという構造になっている。

第四のモデルは、神経回路網との接点を意識しつつ構成されたモデルで、他のモデルとは異なり、外部からの入力が導入されている。このモデルは以下の方程式系で表される。

$$x_{n+1}^{i} = x_n^i + \Omega + \frac{k}{2\pi}\sin 2\pi x_n^i + \frac{c}{2\pi}\sum_{j=1}^{N}\varepsilon_n^{ij}\sin 2\pi x_n^j + I^i$$

$$\varepsilon_{n+1}^{ij} = \frac{[1+\delta\cos 2\pi(x_n^i - x_n^j)]\varepsilon_n^{ij}}{\sum_{j=1}^{N}[1+\delta\cos 2\pi(x_n^i - x_n^j)]\varepsilon_n^{ij}}$$

外部入力のある状態で、このモデルは自発的に階層的なネットワーク構造を形成することが見出された。この階層構造は、外部入力が印加されている要素を起点として形成され、入力が除去されると速やかに崩壊する。またこの構造は時間的に固定しておらず、要素はその階層構造のなかで、属

する層を時間的に変動させている。しかしながら、そのような変動は、入力が加わっている要素に近い層 (上層) ほど弱く、すなわち、上層から下層へむけて、安定性が低下していっていることが確かめられた。

これら全てのモデルにおいて、特定少数要素から、他の多数の要素への結合の特異的な強化という現象が共通して現れている。この共通性は見かけだけのものではなく、その構造形成のメカニズムにもある程度の共通性がある。そのメカニズムを簡単に述べると、まず、要素のダイナミクスの非線形性によって要素間の相関にバラエティが生じる。それが引金となって、結合強度のダイナミクスによって各要素の他要素との結合のパターンにもバラエティが現れる。そのようなバラエティが再び要素のダイナミクスに影響を与え、しかもその影響が、もとのバラエティを増幅させるようなものである場合、すなわち、要素のダイナミクスと結合強度のダイナミクスとの間にフィードバックが働いている場合に、ネットワーク構造の自発的形成が現れる。このメカニズムは、特に第一のモデルについて詳細に調べられている。