

論文の内容の要旨

論文題目 Vortex fermion on the lattice (格子ゲージ理論におけるボルテックスフェルミオン)

氏名 永尾 敬一

格子ゲージ理論はゲージ不変性を持ち、非摂動的に定義された理論なので、カイラルゲージ理論を構成することができれば、ゲージ理論のダイナミクスを調べる上で、有力である。しかし、fermion の格子化は、以前から難問であった。カイラル不変性を保ちながら fermion を格子上で定式化を行うと、doubling species が現れるからである。このことは Nielsen-Ninomiya の定理により証明されている。ところが最近これを解決し得ると思われる方法が提唱され大きく発展した。その鍵は、 $4+x$ 次元の scalar background として導入された mass defect を持つ理論において、chiral fermion の zero mode が4次元の低エネルギー有効理論として得られるというメカニズムである。Kaplan は、 $x=1$ の場合、domain wall fermion を格子上で構成することに成功した。Neuberger は、その vector-like な model から余分の massive mode を差し引くことで、Ginsparg-Wilson 関係式を満たす overlap Dirac operator を得た。Lüscher はこれを使ってカイラル対称性と index 定理を格子上で定義し、さらに、abelian の場合に chiral gauge theory を有限体積格子で構成することに成功した。

以上の状況下で、本論文では、 $x=2$ の場合、vortex fermion を格子上で構成する。これは、domain wall fermion の高次元への拡張である。

第一の動機は、5次元の domain wall fermion を6次元の vortex fermion に拡張すること自体が興味深いということである。domain wall fermion の最も重要な性質は、vector-like な model から massive mode を差し引いて得られる overlap Dirac operator が G-W relation を満たすことであるが、なぜ余次元とくりこみ群という2つの違った idea を起源とする両者が結び付くのかということは、まだよくわかっていない。このことを解明するためにも、6次元の vector-like vortex fermion からそれに対応する Dirac operator を導き、G-W relation を満たしているかどうかを確かめることは重要である。さらに、もしそうであれば、我々は格子上での chiral fermion の別の定式化方法を得たことになる。本論文では、chiral な定式化しか行わないが、以上の仕事を進める上での第一歩になるものである。

第二の動機としては、4次元での gauge anomaly は6次元の物理と密接に関係しており、4、5、6の各次元におけるある特徴的な量が descent equation で関連しているという事実がある。よって、gauge anomaly の各次元全体の構造を理解するためには、6次元の model は5次元のものと同程度に重要である。さらに、Lüscher は non-abelian の chiral gauge theory を4次元の G-W fermion を使って議論した際、2次元の連続 parameter を導入し、 $4+2$ 次元の gauge 空間を内挿することを考えた。Kikukawa は同じことを5次元の domain wall fermion を使って $5+1$ 次元において行い、1次元が連続 parameter であった。私は、

同じことを6次元の vortex fermion に拡張し、全ての parameter を離散的にして調べることを提唱する。

以上の動機のもとで、4+2次元から4次元に落とすことで、vortex fermion を格子上で構成する。その際、通常の square(cubic) 格子は、離散的並進対称性を持っているが回転対称性を持っていないため、余分の2次元空間において回転対称性が重要な役割を果たしている vortex fermion には適していない。そこで、極座標を格子化することで、図0.1のように離散的回転対称性をもった格子正則化、“蜘蛛の巣”格子を新たに構成し、提唱する。これは本論文の特色の一つである。余分の2次元空間においては“蜘蛛の巣”格子、4次元空間においては通常の square 格子を利用する。“蜘蛛の巣”格子が、本論文で議論する vortex model 以外にも、回転対称性が重要な役割を果たしているような様々な model に広く一般に適用されることを期待する。

さて、vortex fermion の action を“蜘蛛の巣”格子上で記述したものは任意の値を取れる自由な parameter を含んでいる。zero mode 解を出すためにはこの parameter をうまく調節しなければならない。我々は、一つの constraint を適用し、この phase ambiguity を消去した。そして、naive に格子化すると、doubling species が現れるのだが、その数は domain wall fermion の約半分であることがわかった。これを消去するために Wilson term を使うのだが、definite chirality を取り出すのに重要な $e^{i\Gamma} \phi$ factor を保つように新たに拡張する。これを用いて、string に局在した normalizable な zero mode 解が現れることを、便宜的に2つの model で示した。さらに、連続理論において存在する、string から離れたところに局在する角運動量を持った zero mode 解は、格子では存在しないということも明らかにした。このことは、上で導入した constraint がうまく機能していることを示している。なお、別の parameter fixing を行った場合についても appendix で議論した。また、我々の model はたくさんの massive mode も含んでいるわけだが、これらを差し引いて4次元の低エネルギー有効理論を得るための処方と、vector-like な vortex fermion model を構成した時の G-W relation との関係も考察した。最後に、vortex fermion を使った non-abelian の chiral gauge theory の構成についても議論した。

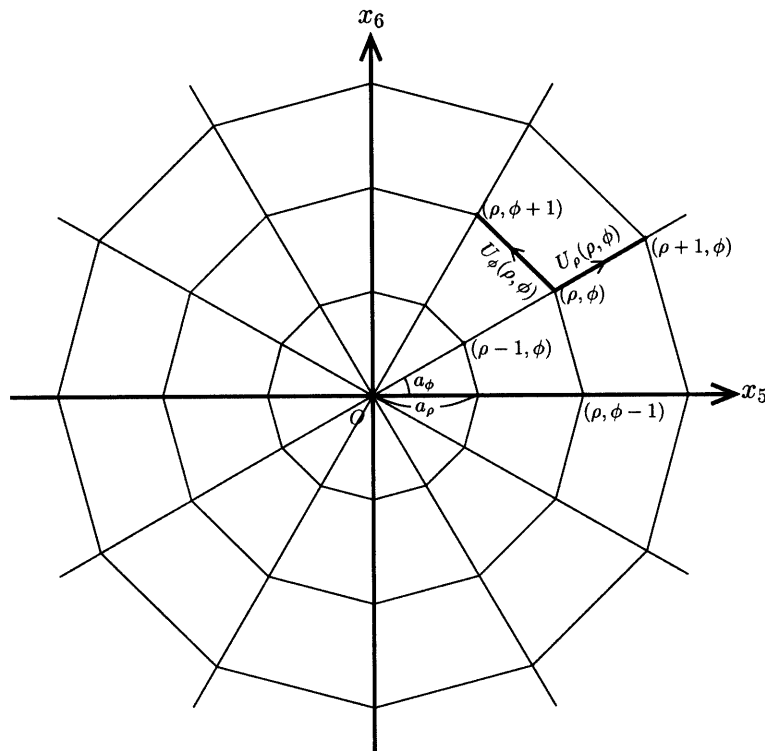


図 0.1: 新しい格子正則化、“蜘蛛の巣”格子の図