

論文内容の要旨

The Chiral Phase Transition of QCD at Finite Temperature and Density in the Schwinger-Dyson Approach

(シュウィンガー・ダイソンの方法による有限温度密度における
量子色力学のカイラル相転移)

池田 貴

この論文では、軽いアップクォークとダウンクォークが存在する量子色力学 (QCD) において、零温度・密度におけるカイラル対称性の自発的破れ、及び有限温度・バリオン密度でのカイラル対称性の回復を研究した。また温度・クォーク化学ポテンシャル平面におけるクォーク数感受率についても調べた。カイラル対称性とはクォークの質量を無視する場合に QCD がもつ対称性である。これらを研究する手法として、非摂動的計算を行うのに有効な方法であるシュウィンガー・ダイソンの方法を用いた。

1 章では、強い相互作用の基礎理論である QCD の基本的性質を述べた。QCD は非アーベル型ゲージ理論の特徴である漸近的自由性を持ち、高エネルギー・スケールにおいては結合定数による摂動展開がよく成り立つ。一方、低エネルギー領域においては摂動論は破綻し、カラー閉じ込めやカイラル対称性の自発的破れという非摂動的な性質が現れることが知られている。また、高温・高密度では QCD の持つ漸近的自由性から QCD 真空は非閉じ込め・カイラル対称相へ相転移すると考えられている。このような新しい物質の状態は、クォーク・グルーオンプラズマ (QGP) と呼ばれ、BNL にある RHIC(Relativistic Heavy Ion Collider) や CERN の LHC(Large Hadron Collider) による相対論的重イオン衝突により実験的に形成されると期待されている。これらの非摂動的性質を連続理論の枠内で記述する強力な方法の一つとして、シュウィンガー・ダイソンの方法がある。

2 章では、零温度・密度におけるシュウィンガー・ダイソン方程式とそれらを解くために用いる近似について説明した。QCD におけるシュウィンガー・ダイソン方程式は、クォーク、グルーオン、ゴースト伝播関数に対するものや頂点関数に対するものがあり、互いに関係しあっている。この論文ではカイラル対称性に注目し、クォークの伝播関数に対するシュウィンガー・ダイソン方程式 (ギャップ方程式) のみを考察する。この方程式はグルーオン伝播関数、クォーク・グルーオン頂点関数、結合定数を含むので、数値的に解くためにはそれらに対する近似の導入が必要である。この論文では一貫して、tree レベルのクォーク・グルーオン頂点関数 (レインボー近似)、赤外領域のカットオフを導入した 1 ループレベルの走行結合定数を用いた。またグルーオン伝播関数としては零温度・密度の場合はランダウゲージでの双対ギンツブルグ・ランダウ模型という、クォーク閉じ込めとカイラル対称性の自発的破れを説明できる模型を用いた。

これらを用いるとクォーク伝播関数に対するシュウィンガー・ダイソン方程式は閉じた方程式になる。カイラル対称性の破れを調べるには、シュウィンガー・ダイソン方程式を数値的に自己無撞着に解き、その解としてのクォーク伝播関数から秩序変数を計算する。カイラル対称性の破れに対する秩序変数はカイラル凝縮 ($\langle \bar{q}q \rangle$) であるが、シュウィンガー・ダイソン方程式を温度・密度がゼロの場

合に数値的に解くとカイラル凝縮が有限な解が得られる。またカイラル対称性の自発的破れに伴い南部・ゴールドストーンボソンとして現れるパイ中間子の性質も調べた。パイ中間子の崩壊定数 (f_π) は、シュウィンガー・ダイソン方程式の解を用いると Pagels-Stokar(PS) 形式で計算でき、その値は用いたモデルのパラメータの値の調整により実験値 ($f_\pi = 93 \text{ MeV}$) を再現できる。また2体の結合状態を記述できるベータ・サルピーター方程式を用いて、クォーク・反クォークの結合状態としてパイ中間子を構成することを試みた。ベータ・サルピーター方程式の積分核はシュウィンガー・ダイソン方程式の解を用いて構成することができる。ベータ・サルピーター方程式を数値的に解くことによって、その最低固有値としてパイ中間子の質量が得られる。ここで得られたパイ中間子の質量、パイ中間子の崩壊定数、カイラル凝縮は、モデル中のパラメータの値によらずカレント代数から導出される Gell-Mann-Oakes-Renner 関係式を満たすことが示された。

このように零温度・密度クォーク伝播関数に対するシュウィンガー・ダイソン方程式は、適切な近似をすることにより、カイラル対称性の自発的破れを定量的に記述することが示された。またその応用として、ベータ・サルピーター方程式によりカイラル対称性の自発的破れによって現われるパイ中間子をクォーク・反クォークの結合状態として記述できることが分かった。

3章では、2章で用いた近似を用いてクォークに対するシュウィンガー・ダイソン方程式を有限温度・密度の場合に拡張した。これ以後の計算はカイラル極限、つまりクォークの質量がゼロの場合にのみ行う。また有限温度・密度では、閉じ込めの効果を取り入れるのは難しいので、グルーオン伝播関数として tree レベルのものを用いた。このような取扱は改良された梯子近似 (improved ladder approximation) と呼ばれ、クォーク伝播関数に対するシュウィンガー・ダイソン方程式をこの取り扱いで自己無撞着に解くとカイラル対称性の自発的破れをうまく記述できることが知られている。まず、カイラル対称性の破れとその回復 (カイラル相転移) を定量的に調べるには系の自由エネルギーを評価しなければならない。そのような自由エネルギーとして CJT(Cornwall-Jackiw-Tomboulis) 有効ポテンシャルを用いた。CJT 有効ポテンシャルが最も低い状態が系の基底状態を表す。シュウィンガー・ダイソン方程式はカイラル対称性が破れた相 (南部・ゴールドストーン相) に対応する解 (南部・ゴールドストーン解) と、カイラル対称な相 (ウィグナー相) に対応する解 (ウィグナー解) を持ち、それらの解に対する CJT 有効ポテンシャルを計算し比較することによって、南部・ゴールドストーン相とウィグナー相のどちらが QCD 真空の基底状態になっているかを調べることができる。

まず零温度・密度において、モデルに含まれるパラメータの値を決定した。パラメータはパイ中間子の崩壊定数 $f_\pi = 93 \text{ MeV}$ を再現するように決めた。このように決められたパラメータを用いると、カイラル凝縮の値は現象論的に知られている値と矛盾しないものになる。以後、有限温度・密度の計算においても、零温度・密度と同じパラメータを用いる。

有限温度・クォーク化学ポテンシャルに対してはまず、クォークの波動関数繰り込みの3元運動量・松原振動数依存性を無視した場合について、シュウィンガー・ダイソン方程式を自己無撞着に解いた。その解に対する CJT 有効ポテンシャルを計算することによりカイラル相転移が起こる温度・クォーク化学ポテンシャルを求めることができ、それによりカイラル対称性に対する QCD 相図が得られた。有限温度・零クォーク化学ポテンシャルの場合はカイラル相転移は2次相転移であり、零温度・有限クォーク化学ポテンシャルでは1次相転移になる。これにより相図には臨界三重点が存在し、その位置は高温・低クォーク化学ポテンシャル領域にあることが分かった。この場合、ウィグナー相はクォークの自由ガス状態となっており、また有限温度・零密度での CJT 有効ポテンシャルやカイラル凝縮の温度依存性に物理的に異常な振舞いが見られた。

次に、クォークの波動関数繰り込みの3元運動量・松原振動数依存性を取り入れてシュウィンガー・ダイソン方程式を自己無撞着に解いた。このようにクォークの波動関数繰り込みの3元運動量・松原振動数依存性を取り入れてシュウィンガー・ダイソン方程式を解くことは、代数的に解ける模型以外では初めてである。この場合に対してもCJT有効ポテンシャルを計算することによりQCD相図が得られた。クォークの波動関数繰り込みの3元運動量・松原振動数依存性を無視した場合と違い、有限温度・零クォーク化学ポテンシャルでCJT有効ポテンシャルやカイラル凝縮の温度依存性の異常な振舞いは改善され、また転移温度も変化し格子QCDシミュレーションの結果と矛盾しない温度になった。また臨界三重点の位置にも変化が見られた。この場合では、ウィグナー相においてもクォークとグルーオンの相互作用は無くなっておらず、クォークの自由ガス状態とはならない。これは有限温度格子QCDシミュレーションで予想される事である。しかしこの場合は低温度・高クォーク化学ポテンシャル領域では数値計算としては問題を含んでおり、そのままでは適応できない。

4章では、3章のクォークの波動関数繰り込みの3元運動量・松原振動数依存性を無視した場合での、有限温度・クォーク化学ポテンシャルにおけるクォークの圧力とクォーク数密度、及びクォーク数感受率をシュウィンガー・ダイソンの方法で計算した。有限クォーク化学ポテンシャルにおいてクォーク数感受率を計算するのは本研究が初めてである。

クォークの圧力は、シュウィンガー・ダイソン方程式の解を用いて計算することでき、その圧力をクォーク化学ポテンシャルで微分することによりクォーク数密度が得られる。クォーク数感受率は、クォーク数密度をクォーク化学ポテンシャルで微分することにより得られる。その結果、クォーク数感受率は臨界三重点の近傍で異常に増幅することが分かった。また、クォーク数感受率はクォーク数の揺らぎと深く関係していることが知られている。クォーク数の揺らぎは、クォーク・グルーオンプラズマのシグナルの候補として提唱されているevent-by-event fluctuationsの一つである。これを考慮すると、クォーク数感受率の臨界三重点近傍での異常な増幅は、相対論的重イオン衝突実験において臨界三重点の位置の決定に役立つ可能性がある。

5章に本論文のまとめを記載した。