# 論文審査の結果の要旨

氏名　西野晃徳

本論文の主題は、長距離相互作用を持つ１次元量子多体系の厳密解の研究である。具体的にはカロジェロ・サザーランド模型と総称される一群の模型に対して、ハミルトニアンの固有関数を系統的に構成し、それらの内積値に明示公式を与える。これらの結果の一部は既知のものであるが、本論文ではこれまでで最も包括的な代数的アプローチが展開されており、多くの証明がオリジナルで簡潔なものとなっている。その主な特徴は三つある。第一は、始めに識別可能な粒子系について基礎事項を定式化し、ボゾンやフェルミオン状態への対称化・反対称化操作と分離する事によって見通しのよい理論構成を与えている事。第二は、全てのアフィン・リー環のルート系について完備された記法を用い、統一的な記述を与えている事。第三はハミルトニアンを含む可換な演算子を構成する際に、アフィン・ヘッケ代数（の種々のバージョン）の可換部分代数という統一的な指導原理を採用している事である。以下、各章ごとにその内容を概観する。

第１章では導入として、１９７０年代のカロジェロとサザーランドの発見に始まる問題の背景、関連するこれまでの研究やその問題点等が議論され、本論文の動機やその位置づけ等が述べられている。

第２章ではカロジェロ模型とその固有状態について議論している。これは調和的なポテンシャルに閉じ込められ、互いに距離の逆二乗で相互作用する量子多体系である。上昇演算子により非対称な固有状態を構成し、ノルム公式を導出した。固有関数の多項式部分は エルミート、ラゲール多項式の多変数版に相当する。特に識別可能な粒子に対するＢ型カロジェロ模型について、変数の偶奇性が一般の場合の固有状態とノルムの結果は本論文オリジナルのものである。

第３章、第４章の内容はほぼ並行しており、前者では一般化されたサザーランド模型、後者では一般化されたルイセナール模型を取り扱った。元々のサザーランド模型とは、円周上で弦の長さの２乗に逆比例するポテンシャルで相互作用する量子多体系である。またルイセナール模型は楕円関数を係数とする差分演算子で定式化されるが、本論文ではそれを三角関数に退化させたものを扱っている。それはローレンツブースト生成子とポアンカレ代数の交換関係を満たす差分演算子をハミルトニアンとするもので、光速度無限大の極限でサザーランド模型に帰着する相対論的模型である。

第３、４章では、これらのハミルトニアンを全てのアフィン・リー環のルート系に付随させて一般化した模型を考察し、固有状態、ノルムについての結果を与えている。固有関数の多項式部分はサザーランド模型の場合はヘックマン・オプダム多項式、ルイセナール模型の場合はマクドナルド・コーロンビンダー多項式と総称される。本論文ではまず カッツによるアフィン・ルート系に関する結果を要約し、それに基づいてダブルアフィン・ヘッケ代数およびその退化変種を再定式化した。これにより、従来のようなBC型のサザーランド模型やマクドナルド・コーロンビンダー多項式に対する例外的な取り扱いの必要性を解消し、初めての統一的な記述を達成している。拡張アフィン・ワイル群の元の最短表示とダブルアフィン・ヘッケ代数の intertwiner を用いて非対称な固有状態の多項式部分を生成する上昇演算子を構成し、ノルム公式を系統的に導出した。内容としては記述の統一化以外にも種々のオリジナルな成果が含まれている。例えばねじれ型のアフィン・リー環に付随する非対称マクドナルド多項式の構成や、非対称マクドナルド・コーロンビンダー多項式のノルム公式など

は新しい結果である。特にノルム公式の証明はワイル群のポアンカレ多項式の性質を巧妙に利用する独自のもので、高く評価される。更に３章の末には１章で得られたエルミート、ラゲール多項式がBC 型のヘックマン・オプダム多項式の退化として位置づけられる事が詳細に議論されている。第五章は論文全般の要約と展望が述べられている。

付録には、本文で必要な種々のデータや補題の他に、非対称エルミート、ラゲール、マクドナルド・コーロンビンダー多項式などの具体形の例も与えられている。

これらの成果は１次元量子多体系の厳密な結果であり、量子可積分系の理論にも新たな知見を提供するもので、学位論文として十分な内容を持っている。

なお、本論文２、３、４章の一部は小森靖氏、宇治野秀晃氏、和達三樹氏との共同研究に基づくものであるが、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

以上のことから、博士（理学）の学位を授与できると認める。