論文内容の要旨

論文題目: Boundary CFT description of D-branes on curved backgrounds

(境界を持つ共形場理論による曲がった空間上のDブレインの研究)

氏 名　野崎 真利

超弦理論は, 重力を含む全ての力を統一的に記述する可能性のある現在知られている唯一の理論である. しかしながら, この弦理論が現実世界を記述するためには解決すべき問題が多く残されている. もともと 10 次元時空を記述する超弦理論から, どのようにして我々の住む世界である 4 次元時空を導き出してくるのだろうか? 現実に存在する粒子の質量や世代を超弦理論から予言することができるのだろうか? そもそも, 我々の世界は一意的に決まるのだろうか? これらの多くの疑問に対する答えは, 今のところ見つかっていない.

しかし, 近年の超弦理論の発展の中で最も大きな役割を果たしてきたもののがDブレインである. Dブレインは開弦の端が満たす境界条件 (Dirichlet 境界条件) で定義された高次元に広がりを持つソリトンであり, ブレイン上にはゲージ理論を誘導する. そのため, 実は我々の住む世界は bulk である 10 次元ではなく, ブレイン上の世界なのではないかという考えが生まれるようになった. そこで本論文で具体的に取り扱う研究のテーマは, Dブレイン, 特に幾つかの厳密な取り扱いが可能な曲がった空間におけるDブレインの性質を調べ, 平坦な空間中のDブレインの議論からは知ることのできない曲がった空間特有の新しい現象を発見し, その性質を解明していくことである.

一般に, 曲がった空間上の弦理論は 2 次元共形場理論 (CFT) で記述されるが, その曲がった空間にDブレインを持ち込むということは, 開弦が掃く世界面に適当な境界条件を満たす境界を持ち込むことである. すなわち, 曲がった空間上にDブレインが存在する系は, 境界を持つ 2 次元 CFT で記述れ, 特にDブレインは boundary state と呼ばれるもので記述される. この boundary state は, Dブレインの閉弦のソースとしての描像を与え, 弦の全ての振動モードまで取り入れた厳密なDブレインの記述

を与えるものである．しかしその厳密性の一方で, boundary state は理論にあるカレント代数が満たす境界条件の解として与えられるため幾何学的な描像を直接見ることができないという欠点を持っている．この boundary state の幾何学的な解釈は近年の研究の中心的な課題であり, 本論文においても主要なテーマとなっている．

本論文では, 3 種類の曲がった空間上の弦理論を記述する CFT に対する boundary state の解析を行った．その 3 種類の CFT とは $SU(2)$ Wess-Zumino-Witten (WZW) モデル, Gepner モデル, 風間-鈴木モデル ($\mathcal{N}=2$ coset model) である．

第一に, $SU(2)$ WZW モデルの boundary state に対して考察をした．$SU(2)$ WZW モデルは, 標的空間が S^3 で, $H=dB=$const. のフラックスを持つような曲がった空間上の弦理論を厳密に記述しており, その上に D0 ブレインと S^3 の conjugacy class ($\simeq S^2$) に巻きついた D2 ブレインが存在することが知られている．そして低エネルギー有効理論の立場から, この D2 ブレインは幾つかの D0 ブレインから構成できるということが予想されていた．我々は, この D0 ブレインを幾つか用意したとき, 実際にどのような配位をとると conjugacy class に巻きついた D2 ブレインと同一視してよいのかということを boundary state を用いてより精密に調べた．

我々が得た結果は, D0 ブレインの位置を表す座標 X^i が次のような $[X^i,X^j]=i\epsilon^{ijk}X^k$ という非可換な交換関係を満たしているとき (これを Fuzzy sphere 配位と呼ぶ), Fuzzy sphere 配位の D0 ブレインを記述する boundary state が満たす境界条件は, D2 ブレインを記述する boundary state が満たしている境界条件と全く同じ条件を満たしていることを示した．この結果は低エネルギースケールを超えたストリングスケールで証明された結果であり, Fuzzy sphere 配位の D0 ブレインが D2 ブレインと同一視できる強力な証拠を与えている．さらに半古典極限の下では, D0 ブレインの Fuzzy sphere 配位を表す boundary state と D2 ブレインを表す boundary state が係数まで含めて完全に一致することを示した．こうして Fuzzy sphere 配位の D0 ブレインから D2 ブレインへの生成を boundary state を用いて厳密に示すことができた．

さらに $SU(2)$ WZW モデルを 10 次元の Type II 超弦理論の NS5 背景中に埋めこむと, 超対称性に関する議論ができるようになり D0 ブレインの配位が BPS 状態なのか non-BPS 状態なのかを議論することができる．そこで得られた特筆すべき結果は, D0 ブレインが Fuzzy sphere 配位のときに限り, BPS 条件を満たしていたということである．特にこの結果は, 決して平坦な空間では見ることができない非常に新しい描像を与えている．なぜならば, 平坦な空間の場合は BPS 状態である D0 ブレインを任意にばらまいたとしてもやはり系全体として BPS 条件を保つのである．しかし同じことを曲がった空間ですると, その系は non-BPS 状態になってしまい安定ではいられないのである．そしてそれら

は最終的に BPS 条件を満たす安定な Fuzzy sphere 配位に流れて D2 ブレインを形成すると思われる.

次に Type II 超弦理論における Calabi-Yau 多様体 (three-fold) 上の D ブレインについて考察した. このような D ブレインの考察をすることは非常に面白い. というのも, D ブレインには 2 つの見方があるからである. 1 つは古典的な Calabi-Yau のサイクルに巻きついたブレイン, もう 1 つは Calabi-Yau 上の超弦理論を記述するものとして知られている Gepner モデルから構成されるべき boundary state である. この 2 つのブレインは Calabi-Yau の体積の大きさをパラメトライズするケーラーモジュライ空間中の互いに異なる点で特徴づけられており, 古典的なブレインの記述は Calabi-Yau の体積無限大での領域で有効であり, Gepner モデルは Calabi-Yau の体積が非常に小さいくなる, モジュライ空間の対称性が高くなる特殊な一点での記述を与えている. そこで我々は, この Gepner モデルの boundary state を構成し, それらが古典的な D ブレインとどのように関係しているのかを調べた.

Gepner モデルはもともと toroidal コンパクト化や orbifold 以外のより現実的な時空のコンパクト化を厳密な CFT で記述できないだろうかという動機から始まっている. 具体的には幾つかの異なる level を持つ $\mathcal{N}=2$ minimal モデルを適当に貼り合わせることにより, 内部空間である Calabi-Yau 多様体の記述を与えるモデルである.

この Gepner モデルの boundary state の構成は以下の通りである. 一般に D ブレインは space-time SUSY を半分に保つ物体である. これを CFT の立場から記述するためには, 世界面の境界上で $N=2$ 超共形代数の left-moving と right-moving の generator を SUSY が半分に保つように関係付ければ良い. さらに boundary state が D ブレインを記述するために必要な Cardy 条件を満たすということ要請する. この手法によって, Gepner モデルの boundary state は Recknagel と Schomerus によって最初に構成された. ただし Gepner モデルは, モジュラー不変な分配関数が Lie 代数の A-D-E 型によって分類されているが, 彼らはその一部である A-型に対する boundary state を構成した. そこで我々は彼らの仕事を更に発展させ, D-,E-型に対する boundary state を構成し, Gepner モデルで分類されうる全ての Calabi-Yau 多様体に対する boundary state を構成した. ただし, このように構成された boundary state は代数的に記述されており, たとえば何次元のブレインを記述しているのかすら分からない.

しかしながら, boundary state と Calabi-Yau の体積無限大でサイクルに巻きついた D ブレインとの間の関係は, 位相不変量を頼りにすれば map を作ることができる. その不変量とは, fermion のゼロモードの数であり, Gepner モデルでは Witten index を計算すればよく, Calabi-Yau の体積無限大ではサイクル同士の intersection number に対応している. 我々はモジュライ空間の解析が知られている幾つかの Calabi-Yau に対して Gepner モデルの boundary state が Calabi-Yau の体積無限大でどのサイクルに何回巻きついたブレインに見えるかを決定した.

最後に, 風間-鈴木モデルにおける boundary state について考察した. 風間-鈴木モデルは $\mathcal{N}=2$ minimal モデルをも含む非常に大きなクラスの厳密に解ける CFT で, $\mathcal{N}=2$ 超共形対称性を持つ群の coset で定義された CFT である. そしてこの風間-鈴木モデルは, ある適当な superpotential を持つ Landau-Ginzburg モデルの non-trivial な IR 固定点で実現される CFT だと信じられている. 具体的にこの対応は閉弦理論の範囲内では良く調べられており, level 1 の風間-鈴木モデルにおける chiral ring と Landau-Ginzburg モデルにおける polynomial ring が等しいなどの強力な証拠がある.

そこで我々は開弦理論の立場から, 風間-鈴木モデルと Landau-Ginzburg モデルの対応関係を考察した. 特に, 風間-鈴木モデルの boundary state を構成したとき, それが Landau-Ginzburg モデルのソリトンと対応することを見つけた. 我々は具体的に boundary state とソリトンの両方の持つ質量を比較することにより両者の対応関係を見つけた.

ただしこのままではこの風間-鈴木モデルの boundary state の幾何学的解釈, すなわちどの曲がった空間上の D ブレインを記述しているのかは良くわからない. とことが面白いことに, boundary state と対応関係がついている Landau-Ginzburg モデルのソリトンは, 実は RR 4-form フラックスを持つ特異 Calabi-Yau four-fold 上の 4-サイクルに巻きついた D4 ブレインと同一視できるということが Gukov-Vafa-Witten によって提唱されていた. よって我々は Landau-Ginzburg モデルのソリトンと風間-鈴木モデルの boundary state の対応から, 風間-鈴木モデルの boundary state はその特異 Calabi-Yau four-fold 上の D4 ブレインを記述しているという解釈を提案した. あるいは, 少なくともその特異点の情報を十分担っている D4 ブレインの sub-sector を記述していると思える.