論文の内容の要旨

論文題目
Accurate and efficient methods for calculating synthetic seismograms when elastic discontinuities do not coincide with the numerical grid
(グリッドに一致しない不連続面のある媒質における効率の良い高精度理論波形計算手法の開発)

氏名　水谷　宏光

本研究の目的は、任意不均質構造（不連続面を含む）をもつ媒質に対する高精度かつ効率的な理論波形計算手法の導出である。これまでに不連続面がグリッドに一致する場合においては、高精度の離散化手法が導出されている（Geller and Takeuchi, 1998, GJI, Takeuchi and Geller, 2000, PEPI）。しかし、地球内部の不連続面（例えば沈み込むスラブ形状や 410km, 660km 不連続面、CMB など）は一定間隔のグリッドとは必ずしも一致しないため、これまで導出されてきた高精度離散化手法では十分な精度を得ることができない。そこで本研究では、Geller and Takeuchi(1995) の高精度演算子の満たすべき条件を出発点とし、不連続面がグリッドと一致しない場合 (Figure 1) においても高精度な理論波形を計算するための演算子の導出を行った。

Geller and Takeuchi(1995) によれば、高精度理論波形計算手法の演算子が満たすべき条件は以下のように書ける。

$$\omega_m^2 \delta T_{mm} - \delta H_{mm} \approx 0 \tag{1}$$

ここで、ω_m は m 番目の自由振動モードの固有周波数、δT_{mm}、δH_{mm} はそれぞれ、Mass matrix, Stiffness matrix の離散化誤差を固有モード基底で評価したものである。本研究では、グリッド間に不連続面のある要素に対して、式 (1) を $O(\Delta x^2)$ の精度まで満たすように演算子 $\mathbf{T}, \mathbf{H}$ を導出した。グリッド間に不連続面のある場合、変位の 1 階微分などは不連続であるため、通常の Taylor 展開を使った演算子の導出は出来ない。そのため、不連続面における境界条件（変位連続、トラクション連続、運動方程式）を満たすような特殊な Taylor 展開を用いる必要がある。

このようにして導出された不連続を含む要素における演算子と、それ以外の領域では既存の最適な演算子をオーバーラップさせることで、グリッド間に不連続面がある場合にも $O(\Delta x^2)$ の最適な精度を得ることができる (Figure 2)。

本研究による導出法を用いて、2 次元 SH 問題における演算子を導出し、その精度を確認した (Figure 3)。この導出法は極めて系統的であり、2 次元 P-SV 問題や 3 次元系への拡張も straightforward である。

参考文献

Geller, R.J., Takeuchi, N., 1995. A new method for computing highly accurate DSM synthetic seismograms, GJI, 123, 449–470.

Geller, R.J., Takeuchi, N., 1998. Optimally accurate time domain second-order finite difference scheme for the elastic equation of motion: 1-D case, GJI, 135, 48–62.

Takeuchi, N., Geller, R.J., 2000. Optimaly accurate second order time-domain finite difference scheme for computing synthetic seisomograms in 2-D and 3-D media, PEPI, 119, 99–131.

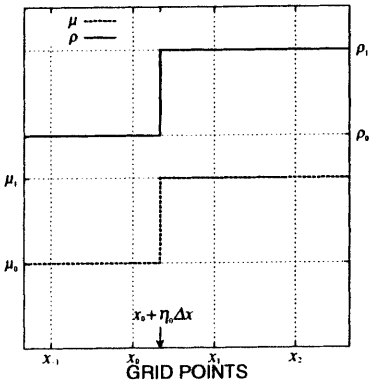

Figure 1. 1次元計算例に用いたグリッドに一致しない密度・弾性定数構造の不連続がある媒質。

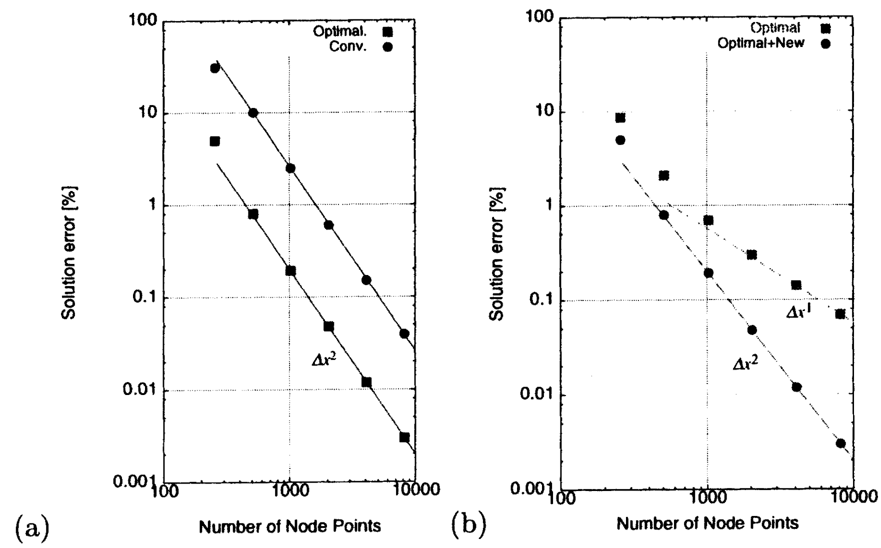

Figure 2. 1次元問題の場合における計算手法の精度の比較。横軸はグリッド数、縦軸は数値解の精度。(a) 不連続面がグリッドに一致している場合は既存の optimally accurate な計算手法が、広く用いられている conventional な手法に比べ精度が良い。どちらも $O(\Delta x^2)$ の精度を持っている。(b) 不連続面がグリッドに一致しない場合、既存の optimally accurate な計算手法を用いると、$O(\Delta x)$ の誤差が卓越してしまう。本研究で導出した演算子と、既存の optimally accurate な計算手法を組み合わせることにより、最適な $O(\Delta x^2)$ の数値解を得ることができる。

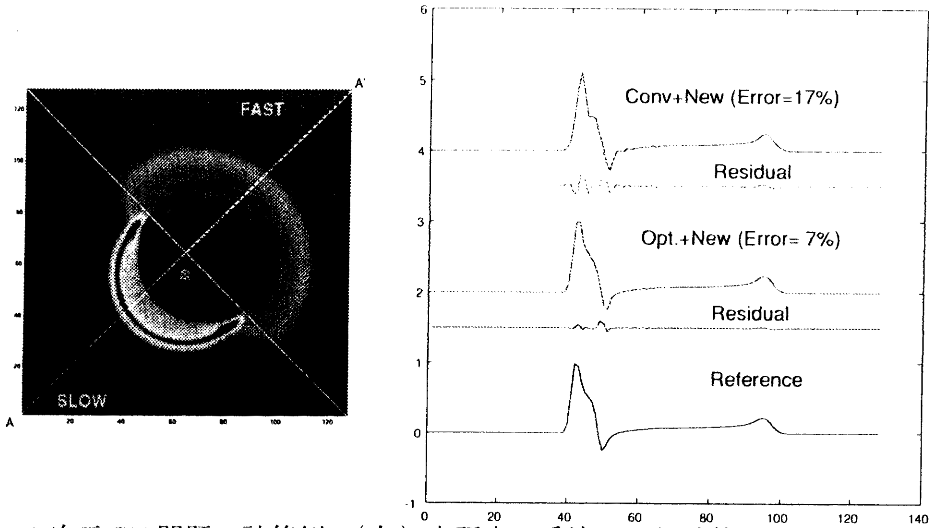

Figure 3. 2次元SH問題の計算例。(左) 本研究の手法により計算した波動場のスナップショット。白実線がグリッドに一致していない不連続面を表している。上層の地震波速度は速く、下層が遅い。(右) AA′のラインに沿ったprofile。上2つのトレースはそれぞれ、従来の手法で計算した波形と reference solution からの残差。Reference solution は非常に小さいグリッド幅で計算された結果を用いた。中2つのトレースは本研究による手法で計算した波形とその残差。数値分散に起因する振動が押えられているのがわかる。下のトレースは reference solution。