論文審査の結果の要旨

氏名: 周　健

Beilinsonは1980年代に、代数体上の代数多様体のゼータ関数と代数的K群の深い関係を研究した。そして、代数多様体のK群からある実線形空間へのregulator写像を定義し、いくつかの例において、K群の中に特別な元を構成し、その元のregulator写像による像を計算して、そこにその代数多様体のゼータ関数の整数点におけるTaylor展開の最初の係数が現れることを示した。特に久賀-佐藤多様体の高次K群の中に、そのような元を構成している。Schollは、Beilinsonが定義した久賀-佐藤多様体の高次K群の多くの元の中の特別なものが、Euler系と呼ばれる良い性質を持つ系をなすことを見い出した。これをScholl elementと呼ぶ。

この周氏の論文は、Scholl elementのp進性質を解明したものである。高次K群からp進etale cohomology群へ、Chern class写像と呼ばれる写像がある。またp進etale cohomology群から微分形式の空間へ、双対指数写像と呼ばれる写像がある。周氏は、これらの写像によるScholl elementの像を調べ、特に、その微分形式の空間における像が、二つのEisenstein級数の積でありその周期が保型形式のゼータ関数の特殊値になるものであることを、証明した。

これは、モジュラー曲線のK_2群の中のBeilinsonの元に対して加藤和也がおこなったことを、久賀-佐藤多様体の高次K群へと一般化したものである。

周氏はまた、この論文において、様々の次元の久賀-佐藤多様体の高次K群のScholl elementが、p進etale cohomology群の逆系の中で、ある自然な操作によって、次元の違いを越えて互いに移りあうことを証明した。

これは、Beilinsonが様々の次数の高次K群の中に定義した円単数の類似物が、p進etale cohomology群の逆系の中で、Tate twistの操作によって、次数の違いを越えて互いに移りあうという、Beilinsonの定理の, 久賀-佐藤多様体版である。

詳しく言うと、この論文の中で周氏は、Scholl elementを少し改善し、それを考察している。もとのScholl elementは、最善の元ではなく、それをそのままもちいたのでは優れた結果は出てこないことを、周氏は見い出したからである。もとのScholl elementは、久賀-佐藤多様体からいくつかの等分点を除いた開集合のK群に定義されるものであった。周氏は、Deningerの理論を用いて、ある作用素によってScholl elementを分解して特別な成分をとり、その成分を久賀-佐藤多様体全体のK群に拡張した元を、Scholl elementの代わりに用いた。これはこの仕事にとって必要な良い工夫であったが、このように微妙な方法で構成した元であるがために、その微分形式の空間における像の計算は難しくなる。周氏はEisenstein級数の理論を駆使してその困難を克服し、本論文の結果を得たのである。

この論文により、久賀-佐藤多様体のK群とゼータ関数の関係の理解が深まった。この論文によって、久賀-佐藤多様体のChow群や、Selmer群や、高次K群らの、重要な群の解明が促進されると思われる。それらの群と保型形式のゼータ関数との関係の解明も進むと期待できる。

この論文は、K群を用いた数論的代数幾何の研究に新境地を開くものであり、多くの応用の期待できる優れた研究である。審査委員は全員一致で、周健氏が本論文によって博士の学位を授与されるに相応しいと判定した。