論文審査の結果の要旨

氏名 上原北斗

論文提出者 上原北斗 は，無限個の因子収縮写像を持つような3次元 Calabi-Yau 多様体の構造を研究した．ここで言う Calabi-Yau 多様体とは，複素数体上の滑らかな射影的代数多様体であって，その標準束が自明でありかつその非正則数が0になるようなものと定義する．

Calabi-Yau 多様体 X のネフ錐体には X の自己同型群が作用するが，Morrison はこの作用には有理多面体からなる基本領域が存在すると予想した．一方，X の収縮写像にはネフ錐体の端射面が対応するので，この予想が正しいと仮定すると，無限個の収縮写像を持つ Calabi-Yau 多様体の自己同型群は無限群になり，しかも収縮写像全体の集合の群作用による軌道は有限集合になることになる．このような考え方を背景として，論文提出者は無限個の因子収縮写像を持つ Calabi-Yau 多様体の構造を解析した．

以下では, 無限個の因子収縮写像 $\phi_i : X \to Y_i$ を持つ Calabi-Yau 多様体 X を考える．

論文提出者は, まず ϕ_i の例外因子 E_i と第2チャーン類の交わり $E_i \cdot c_2(X)$ が 0 と等しいような因子収縮写像が無限個ある場合を考えた．因子収縮写像の例外因子 E_i たちの線形結合の線形系を考えることにより, X の収縮写像 $\phi : X \to W$ であって, 像 W の次元が 2 で, 像の豊富因子 H の引き戻しと X の第2チャーン類の交わり $\phi^* H \cdot c_2(X)$ が 0 になるようなものを構成した．

このような収縮写像は小木曽啓示氏によってすでに分類をされている．小木曽氏のリストのうちで, この場合に相当する場合を選び出すことにより X の双有理同値類が決定された．すなわち, W は DuVal 特異点を許した K3 曲面 S の有限群 G による商多様体と同型になり, X は S と楕円曲線 E の直積 $S \times E$ の商多様体 $(S \times E)/G$ のクレパント特異点解消 Y と双有理同値になる．

さらに, K3 曲面 S は無限個の滑らかな有理曲線で S の特異点を通らないものを含み，これらから Y の無限個の因子収縮写像が導かれる, それらが X に伝わる様子を記述することができた．S の自己同型群は無限

群になり, したがって X のの自己同型群も無限群になる. 論文提出者は因子収縮写像 ϕ_i たちの自己同型群による軌道は有限集合になることを証明し, Morrison 予想の傍証を与えた.

これとは全く別に, $E_i \cdot c_2(X) < 0$ となるような因子収縮写像は常に有限集合であることも証明した. したがって, 残るのは $E_i \cdot c_2(X) > 0$ となるような因子収縮写像の自己同型群の作用による商集合は有限か？という問題である.

また, すべての因子収縮写像の対して, $E_i \cdot c_2$ の値は有界となるということを, E_i が正規ではない場合について証明した. これも Morrison 予想から導かれる結果と一致する.

以上の結果は Calabi-Yau 多様体の構造の研究に貢献するものである. よって, 論文提出者 上原北斗 は, 博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める.