論文審査の結果の要旨

氏　名　　児　玉　　大　樹

複素3次元多様体上の複素解析的接触構造は、まだ組織的な研究の行われていない分野であるが、複素力学系、複素解析的葉層構造、幾何構造とかかわる分野であり、実3次元多様体上の接触構造の理論とも関係して研究を進めるべき重要な分野である。

実3次元多様体においては、あらゆる多様体に接触構造が存在し、その上の非特異なルジャンドルベクトル場は、接触構造の平面場が位相的に自明であれば存在し、そのような例は豊富にある。

一方、複素3次元多様体上の複素解析的な複素接触構造は、その存在する多様体が限られることが予想され、さらに複素解析的なルジャンドルベクトル場をもつことは非常に大きな制約となることが期待される。

論文提出者児玉大樹は本論文において、まず、非特異な複素解析的なルジャンドルベクトル場をもつ複素3次元多様体上の複素解析的な複素接触構造（複素平面場と複素ベクトル場の組）は、放物型、捩れ双曲型の2通りに分類されることを示した。すなわち局所的に

$$(\ker(\mathrm{d}y - x\mathrm{d}z), \partial/\partial x) \text{ または } (\ker(\mathrm{d}y - e^{ax}\mathrm{d}z), \partial/\partial x)$$

のいずれかに複素解析的に同型である。

さらに、複素接触構造が、複素解析的な微分1形式によって定義されているとき、この複素解析的な微分1形式によって定まる複素レーブベクトル場を用い、複素3次元多様体と複素微分形式の分類を行った。ルジャンドルベクトル場を X, レーブベクトル場を Y とするときに、括弧積 $[X, Y]$ が、X, Y と独立な場合 (i)、X の非零定数倍になる場合 (ii)、0となる場合 (iii) の3通りがあることを導いたあと、(i), (ii) については、複素3次元多様体は3次元リー群のコンパクト商になることを示した。これにはジス・ベルジョフスキーの研究結果を応用している。(iii) の場合に複素3次元多様体の普遍被覆空間が $\mathbb{C}$ 上の $\mathbb{C}^2$ 束となること、微分形式自体が放物型となること、さらに $\mathbb{C}^2$ 束の変換群の形を明らかにした。この普遍被覆空間が $\mathbb{C}^3$ と複素解析的に同型となるとき、さらに、被覆変換の形を有限の自由度まで特定した。

定理。コンパクト複素3次元多様体 M の複素解析的微分形式 ω で、$\omega \wedge \mathrm{d}\omega$ が零点をもたず、非特異複素ベクトル場 X で $\omega(X) = 0$ となるものが存在するとする。このとき、普遍被覆空間 $\widetilde{M}$ が3次元複素リー群で、ω は不変微分形式, X は不変ベクトル場となるか、または $\widetilde{M}$ は $\mathbb{C}$ 上の $\mathbb{C}^2$ 束で、(ω, X) は放物型である。特に、$\widetilde{M}$ が $\mathbb{C}^3$ と同型の時、被覆変換は $(x + f'(z), y + f(z), z + c)$ の形で、$f(z)$ は指数関数と多項式の積の和の形である。

論文提出者はこれらの定理を証明するために、複素アノソフ流の理論を用い、また様々な複素変数関数の差分方程式の解析を行っており、これらの研究も非常に興味深いものである。

このように論文提出者の研究は、これからの複素3次元多様体の接触構造、複素力学系、複素解析的葉層構造、幾何構造などのかかわりを研究する上で基礎となる非常に重要なものである。よって本論文提出者児玉大樹は博士(数理科学)の学位を授与されるに十分な資格があるものと認める。