

論文の内容の要旨

論文題目 Iwasawa theory for elliptic curves
at supersingular primes

(超特異な素点における楕円曲線の岩澤理論)

氏名 小林 真一

1970年代に Mazur によって始められた good ordinary な素点における楕円曲線の岩澤理論は完全に満足いく形で定式化され、現在では加藤 [3] の仕事によって様々な予想が証明されている。それに対し good supersingular な素点における楕円曲線の岩澤理論は、加藤や Perrin-Riou による定式化が存在し、やはり加藤 [3] によって深い事実が知られてはいるものの、完全に満足いくものではない。

本論文では、good supersingular な素点における楕円曲線の岩澤理論の新しい定式化を試みる。この定式化は p -adic L -関数を用い、Mazur による good ordinary な素点での楕円曲線の岩澤理論の定式化に沿うものである。そして ordinary な素点における岩澤理論において示されていた重要な定理が、この supersingular なときの岩澤理論においても同様に定式化され、ほぼ同じ手法によって証明されることをみる。このような点でこの定式化は非常に満足いくものである。

この論文の内容は、

- (1) 新しい Selmer 群の構成.
- (2) 新しい Perrin-Riou 写像の構成.

- (3) 新しい Selmer 群が Λ -ねじれ加群であることをみる.
- (4) Pollack の p -進 L 関数を使って岩澤主予想を定式化する.
- (5) 加藤の Euler 系を使って岩澤主予想の半分を証明する.
- (6) 新しい Selmer 群に関し, ある種のコントロール定理が成り立つことをみる.
- (7) 岩澤 λ, μ 不変量を定義し基本的な性質をみる.

よく知られている Selmer 群の cyclotomic な族は supersingular な岩澤理論を建設する上で, 不適当なものであることが知られている. それは universal norm と呼ばれる元が自明なものを除き存在しないことが原因である. 本論文では Selmer 群の定義において, p での局所的な条件を通常のものより適度に強めることにより, 新しい Selmer 群を定義する (1). この Selmer 群を使った枠組みでは, 別種の universal norm が存在することになる. この局所的な条件は偶と奇と呼ばれる 2 種類のもので存在し 2 通りの Selmer 群が定義される. そして (3) においてこの Selmer 群の Λ -cotorsion 性が示される. そして (4) でその特性イデアルが Pollack の p -進 L 関数によって生成されることを予想する (岩澤主予想の定式化). Pollack の p -進 L 関数とは近年定義された新しい種類の p -進 L 関数で, 偶と奇と呼ばれる 2 種類のものであり, ordinary なときと同じくよい整性 (Λ の元) をもつものである. supersingular な素点では通常の p -進 L 関数は分母に p が無限に出てくるなど, 整性の崩れが様々な障害を生んでいた. この岩澤主予想は (6) で, 加藤の Euler 系を使い, ordinary なときに加藤が示していたように半分 (不等式) が示される. この加藤によるアプローチを supersingular なときにも可能にしたのが, (2) で構成された偶と奇と呼ばれる 2 種類の Perrin-Riou 写像である. これは加藤のゼータ元を送ると Pollack の p -進 L -関数を生み出すという重要な性質を持っている. この論文の核心はこの Perrin-Riou 写像の構成である. これは今までに知られていた Perrin-Riou 写像の構成法に, 本田の形式群の理論を使って新しい見方を与えることで実現される. またこの見方は, よい性質をもつ新しい Selmer 群の定義に関し重要な示唆を与え, それにより (1) での新しい Selmer 群の定義が見い出されたのであった. そして最後に簡単な系として (6), (7) で ordinary のときに知られていた様々な結果が, この supersingular な枠組みの中でも同様に証明されることをみる.

参考文献

- [1] T. Honda, On the theory of commutative formal groups, J. Math. Soc. Japan 22 1970 213–246.
- [2] K. Kato, Lectures on the approach to Iwasawa theory for Hasse-Weil L -functions via B_{dR} , Part I, in Arithmetic algebraic geometry (Trento, 1991), 50–163, Springer Lecture Notes in Math 1553 (1993).
- [3] K. Kato, p -adic Hodge theory and values of zeta functions of modular forms, Preprint series, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo.
- [4] B. Perrin-Riou, Fonctions L p -adiques d'une courbe elliptique et points rationnels, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 43 (1993), no. 4, 945–995.
- [5] B. Perrin-Riou, Fonctions L p -adiques des représentations p -adiques, Astérisque No. 229 (1995), 198 pp.