

論文審査の結果の要旨

氏名 五味 清紀

境界を持つ2次元多様体上の主 $SU(2)$ 束に付随する Chern-Simons 直線束を定義するためには、ある種の境界条件が必要である。それを自然に記述するものとして、閉じた1次元多様体上の主 $SU(2)$ 束には、gerbe とよばれる幾何学的な対象物が付随するということが、一般的な視点から示唆されている。論文提出者は本論文において、閉じた1次元多様体上の主 $SU(2)$ 束の接続の空間上に gerbe の概念を定式化し、その基本的な幾何学的性質を記述した。ここに現れる gerbe は Dixmier-Douady gerbe とよばれるある種の圏の層であり、その同型類は3次の整係数コホモロジー群で分類される。

境界のない向きづけられたコンパクト1次元多様体 S 上の主 $SU(2)$ 束 R 上の接続の空間を \mathcal{A}_R と書く。 S から $SU(2)$ への写像全体 G_S のなすループ群に対して、整数 k によって分類される S^1 による非自明な中心拡大があり、これは Kac-Moody Lie 群と呼ばれる。 \mathcal{A}_R 上のある種の主 G_S 束 \mathcal{P}_R の構造群の Kac-Moody Lie 群への持ち上げ全体を考えると、得られる圏の gerbe を \mathcal{C}_R とかき、これを Chern-Simons gerbe と定義する。Chern-Simons gerbe について、五味は、functoriality, additivity, gluing law などの基本的な性質を証明した。

Gerbe の幾何学の一般論は、Brylinski らにより深く研究されており、接続や曲率、道に沿う平行移動、群作用による同変 gerbe の概念などが定式化されている。五味は、このような gerbe の幾何学を Chern-Simons gerbe の場合について、具体的に記述した。特に、Chern-Simons gerbe は自然な connective structure と curving を持ち、その 3-curvature は恒等的に0であることを証明した。さらに、接続の空間 \mathcal{A}_R にゲージ変換群 \mathcal{G}_R の作用を考え、この作用について、Chern-Simons gerbe \mathcal{C}_R は、 \mathcal{G}_R 同変 gerbe であることを示した。また、この同変 gerbe の特性類とよぶべきコホモロジー類を $H_{\mathcal{G}_R}^3(\mathcal{A}_R; \mathbf{Z})$ の要素として決定した。

以上のように、論文提出者の結果は、gerbe の幾何学の研究において、基礎的でかつ重要なものである。よって、論文提出者 五味 清紀は、博士(数理学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。