論文の内容の要旨

論文題目

Euler systems on Drinfeld modular curves and zeta values

(ドリンフェルド加群のモジュライ曲線上のオイラー系とゼータ関数の特殊値)

氏　名　近藤　智

本論文は、ベイリンソンによる保型形式のゼータ関数の特殊値に関する結果 [2] の正標数の大域体上への拡張である。ベイリンソンは一般的に代数体上定義されたスキームのハッセヴェイユL関数の特殊値に関する予想を提出している。レギュレーター写像とよばれる写像がそのスキームのK群からドリーニュコホモロジーにある。予想は、その像がL関数の特殊値と結びつくというものである。ベイリンソン予想が解かれている場合は数少なく、ボレルによる代数体の場合、虚数乗法を持つ楕円曲線の場合、モジュラーな楕円曲線の場合しかない。ベイリンソンは有理数倍を除いてL関数の値を決定したが、加藤 [3] はより精密にL関数の値を与える元を構成した。ここでは加藤の結果をより詳しく述べる。まず、f を $\mathbb{Q}$ 上定義された GL_2 の同時固有保型形式とし、$X(N)$ (N は正整数) によりレベル N のモジュラー曲線を表す。ジーゲル単数と呼ばれるモジュラー曲線上の可逆元 g_1, g_2 を、テータ関数の等分点における特殊化として定義する。モジュラー曲線の K_2 の元 $\kappa_N = \{g_1, g_2\}$ が定義できる。レギュレーター写像 reg の行き先はドリーニュコホモロジーに取らずにベッチコホモロジー、もしくは保型形式の空間とする。このとき、

定理 [3] $\langle \mathrm{reg}\kappa_N, f\rangle = \frac{\partial}{\partial s}L(f,s)|_{s=0} \times P$

ここで、$\langle , \rangle$ は保型形式の内積、P はピリオド、$L(f,s)$ は f に附随するL関数を表す。

この結果を正標数の大域体 $K=\mathbb{F}_q(T)$ 上の GL_2 の保型関数の場合に拡張する。モジュラー曲線の代わりにはドリンフェルド加群のモジュラー曲線 M を用いる。類似をたどる上で必要な問題意識は「あるK群の元が存在して、そのレギュレーター写像の像が、保型関数のL関数の特殊値と関係するか？」である。困難な点は

1. K群の元の構成
2. レギュレーター写像の定義
3. ドリーニュコホモロジーの類似

である。K群の元 $\kappa \in K_2(M)$ は朝日 [1] により、加藤の元の類似が定義されている。楕円曲線の場合と同様にオイラー系をなすことが示されており、上のような形の定理が期待されていた。２番のドリーニュコホモロジーは複素数体を用いて定義されるもので関数体上では類がないが、ここでは保型関数の空間になっているモジュラー曲線のエタールコホモロジーを採用する。レギュレーター写像 reg としてはしたがってK群からエタールコホモロジーへの写像を定義しなければならない。そのためにドリンフェルド加群のモジュラー曲線が無限素点において解析的に一意化されていることを用いる。有限体上の固有な曲面の正規交叉因子の補空間となっているスキームのレギュレーターが加藤により定義されており、それを基に定義する。主結果は、同時固有保型関数 f に対し、

定理

$$\langle \mathrm{reg}\, \kappa, f\rangle = \frac{\partial}{\partial s} L(f,s)|_{s=0} \times P$$

ここで、$\langle , \rangle$ は保型形式の内積、P はピリオド、$L(f,s)$ は f に附随するL関数を表す。

章の構成は次の通り。

２、レギュレーター写像を定義する。K 群全体は広すぎるため、K-コホモロジー $H^0(M,K_2)=Ker[K_2(K(M)) \to \oplus_m K_1(\kappa(m))]$ を用いる。ここに m は余次元１の点をはしる。写像の行き先は解析的に一意化される曲線特有の調和コチェインの空間とする。この写像は単数群に制限すると対数と対数微分を用いて二重ログの形に表される。

３、アイゼンシュタイン級数を定義しフーリエ係数を計算する。

４、極限公式を示す。楕円曲線の場合の極限公式は重さ１２のカスプ形式の絶対値の対数と実解析的アイゼンシュタイン級数の $s=0$ での値を結ぶものである。ここでは、ジーゲル単数の解析的な表示を与え、対数と対数微分のフーリエ係数を計算する。それらをアイゼンシュタイン級数の係数と比較し等しいことをいう。

５、保形関数に関する結果をはじめに述べる。カスプ形式、ヘッケ作用素、内積、L関数を定義する。３、４の結果によりレギュレーターの像は、

重さ２の保型形式の類似物とアイゼンシュタイン級数の積になっており、関数体上のランキン-セルバーグ積分を計算することでＬ関数の特殊値と関係がつく。

参考文献

[1] H. Asahi. On some important elements in K-groups of Drinfeld modular schemes. master thesis.

[2] A. Beilinson. Higher regulators and values of L-functions. *J. Soviet Math.*, 30:2038–2070, 1985.

[3] K. Kato. p-adic hodge theory and values of zeta functions of modular forms. preprint.