

論文審査の結果の要旨

氏名: 近藤智

Euler 系の理論は、Kolyvaginによって始められ、岩沢理論とその一般化などにおいて重要な役割をはたしている。Euler 系は、ゼータ関数 (Euler積) の代数的な化身のようなものであり、regulator 写像によってゼータ関数と関係する。Euler 系はまた、自身の代数的な性質によってイデアル類群などの重要な代数的な群とも関係し、それによりゼータ関数と代数的な重要な群の間の仲介役となつて、両者の間に存在する深遠な関係を解明する鍵としての役割を演ずる。このように大事なEuler系であるが、しかし現在までに知られているEuler系はそれ程多くなく、できる限り多くのEuler系を発見しその性質を理解することが望まれる。

K を有限体 \mathbf{F}_q 上の一変数有理関数体とする。この論文において、近藤氏は、 K 上のDrinfeldのモジュラー曲線の K_2 群の中に現れるEuler系を考察し、それが $GL_2(K)$ の保型形式のゼータ関数と関係することを初めて解明した。

有理数体 \mathbf{Q} 上のモジュラー曲線について、1980年代初めに、Beilinsonがその K_2 群の中に元を定義し、その元がregulator写像によって、 $GL_2(\mathbf{Q})$ の重み2の正則固有保型形式 f のゼータ関数 $L(f, s)$ と関係することを示した。もっと正確に言うと、その元のregulator写像での像の f 成分が、 $\lim_{s \rightarrow 0} s^{-1} L(f, s)$ にほぼ等しいことを示した。

近藤氏は、既に修士論文において、正標数の大域体上の d 次元Drinfeldモジュラー多様体(階数 $d+1$ の楕円加群のモジュライ空間)の K_{d+1} 群の中にEuler系が現れることを示した。このEuler系の元は、 $d=1$ の場合には、上記のBeilinsonの元の、正標数の大域体における類似物であり、 $d \geq 2$ の場合は、 \mathbf{Q} 上に対応物を持たない存在である。しかし修士論文においては、この近藤氏のEuler系をゼータ関数と結びつけることは、できていなかった。今回、本論文において、 $d=1$ の場合に、近藤氏はこの正標数の世界のEuler系を、ゼータ関数と結びつけることに成功したのである。氏の主定理は、 K を先のとおりとし、 $d=1$ とし、 f を $GL_2(K)$ の固有保型形式とすると、Euler系の元のregulator写像による像の f 成分が、簡単に記述される数をかけることを除いて、 $\lim_{s \rightarrow 0} s^{-1} L(f, s)$ に等しいというものである。

この近藤氏の結果は、Beilinsonの結果の正標数における類似であるが、その証明は、ただ類似をたどればすむというような安易なものではない。Beilinsonが使うことのできた \mathbf{Q} 上のEisenstein級数の理論やRankin convolutionの理論やKroneckerの極限公式の理論が、正標数の世界ではまだ必要なだけ用意されておらなかったため、近藤氏は、自分でそれらの理論を作り上げてそれを応用しなければならなかったのである。これは、大変力のいる仕事である。

近藤氏は、Drinfeldモジュラー曲線の K_2 群と保型形式の空間を結ぶregulator写像の定義、Siegel unitとEisenstein級数を結び付けるlog写像やdlog写像の定義と計算、regulator写像の解析的表示とlog写像dlog写像の関係、Kroneckerの極限公式の類似物の定式化と証明、Rankin convolutionの方法の類似物の定式化と証明などなど、すべて作り上げていく作業を行い成功したのである。

近藤氏の仕事は、Euler系の分野の新局面を開いた画期的なものと言え、regulator写像とゼータ関数の世界的権威であるSpencer Bloch氏からも讃嘆されている。

本論文は $d=1$ の場合の研究であったが、一般の d 次元のDrinfeldモジュラー多様体の K_{d+1} 群の中にある近藤氏のEuler系についても、同様の理論が作れるはずである。この論文はその方向への突破口を開いたという意味でも、意義深いものである。また、正標数の大域体上の保型形式や楕円曲線などの岩沢理論への応用も期待される。

近藤氏のこの論文はこのように意義深いものであり、また大きい困難を克服して成し遂げられたものであり、世界的に評価されている。論文審査委員は全員一致で、近藤氏がこの論文により博士の学位を授与されるに相応しいと判定した。