論文審査の結果の要旨

氏名　　　杉木　雄一

本論文提出者は，余層に関する一般論と線形偏微分方程式系の超局所解析への応用に関し, 大きく2部から構成される内容の研究をおこなった。

第1部は余層に関する一般論の建設, および柏原 - Schapira 型ラプラス変換理論への応用に充てられている。例えば $\mathbb{R}^n$ 上の緩増加超関数 $f(x)$ が多項式係数の線形偏微分方程式を満たしているときそのフーリエ変換 $\hat{f}(\xi)$ も同様の方程式を満たす。１９９７年に京都大学の柏原教授とパリ大学の Schapira 教授らはこれを層の理論の立場から代数的に一般化し，実軸の概念の一般化である劣解析的集合などに台を限った緩増加正則関数解複体に関する同型定理，すなわち $E=\mathbb{C}^n_z$ 上の緩増加正則関数または E の劣解析的集合に台を限った緩増加正則関数複体の多項式係数微分方程式系に対する解複体と $E^*=\mathbb{C}^n_\zeta$ 上の同様の複体との間の同型定理を得た。厳密には E 上の錐的な構成可能層 F を与えたとき，$F^\wedge$ をそのフーリエ - 佐藤変換である E^* 上の同様の層複体とすると彼らの結果は導来圏の意味での同型

$$L:\ F\overset{\mathrm{W}}{\otimes}\mathcal{O}_E \xrightarrow{\sim} F^\wedge[n]\overset{\mathrm{W}}{\otimes}\mathcal{O}_{E^*}, \tag{1}$$

$$^tL:\ \mathrm{THom}(F,\mathcal{O}_E) \xleftarrow{\sim} \mathrm{THom}(F^\wedge[n],\mathcal{O}_{E^*}). \tag{2}$$

として表現される。実際 F が劣解析集合に台を限る操作などの一般化を意味し，また $\overset{\mathrm{W}}{\otimes}$, $\mathrm{THom}(\cdot,\cdot)$ は無限遠や劣解析集合に近づくときの増大度制限をも含む。さらに上の同型が E, または E^* 上の多項式係数微分作用素がつくるワイル代数による自然な作用まで含めた同型であることを認めれば (1), (2) が古典的なフーリエ・ラプラス変換論の一般化であることがわかる。しかしながらこれらには構成可能層 F が常に顔を出し，また E や E^* 上の大域切断間の同型でもあるのでやや使いにくい。そこで F として E 内の劣解析的境界をもつ開凸錐 U に対して $F=\mathbb{C}_U$ と表されるものだけに限定してみる。そうすると (1), (2) は U および U の双対錐 U° だけに関係した複体の同型を表す。E の錐状開集合の中で劣解析的境界をもつ開凸錐は基本系をなすことは明らかであるから U に関し適当な帰納極限をとることにより (2) の同型は E および E^* 上の錐状緩増加正則関数層の間の同型定理を直ちに導く：

$$(\mathcal{O}^t_E)^\wedge[n]\ \simeq\ \mathcal{O}^t_{E^*}$$

他方 (1) についてはこのような定式化はうまくいかない。それは U に対応する複体がいわばコンパクト台をもつ層の切断全体のなす加群のようなものに対応するからである。そこで論文提出者はこの第1部において層の理論の双対である余層の一般理論を建設し (1) についてのこの問題を根本から解決することを試み，それらに完全に成功した。余層とは例えばディストリビューションの理論において試験関数のつくる空間の方を中心に考えるようなも

のであり層理論の双対としての定義は古くから知られている。しかしその定義のままでは層における帰納極限のかわりに射影極限が使われることになり完全性を重視する導来圏などの議論はうまくいかない。そこで１９８７年にベルギーのJ. P. Schneiders は加群を中心としてきた従来の余層の定義を捨てその関手論的拡張であるプロ加群を中心とした定義を産み出した。これはいわば位相ベクトル空間における弱収束を考えるようなものである。すなわち，任意のアーベル群 A をとって $\mathrm{Hom}(\cdot, A)$ を施して考えることより「射影極限」を帰納極限のみを用いて定義することである。プロ加群自体は加群ではないが同様の関手論的性質はもつ。すなわち層のカテゴリーなどと同様に核や余核が定義できる，いわゆるアーベル圏となる。そして余層はプロ加群と一般のアーベル圏に値をとる層の理論を組み合わせて定義される。このように定義の基礎的な部分はJ. P. Schneiders によるが上記に上げた (1) の同型から余層の同型にまでたどりつくためには論文提出者による非自明ないくつかの貢献が必要であった。例えば層の理論からは類推されない２つの新しく決定的に重要な双関手 $\mathcal{C}hom(\cdot,\cdot)$, $\cdot\otimes\cdot$ の導入，導来圏の定義に必要な c-単射性と c-単射余層分解，また余層のフーリエ・佐藤変換にとって不可欠である余層に対するPoincaré-Verdier 型双対定理の証明，などである。これらの貢献は結果とあわせて高く評価できる。またこの理論は論文提出者が１年間指導を受け，この分野の指導者であるパリ第６大学の Schapira 教授からも高い評価を受けている。

第２部は擬微分方程式系に対するコーシー・コバレフスキー型定理の厳密な証明に充てられている。これは千葉大学の石村隆一教授による同題名の論文を研究中の論文提出者が定理の証明に一部に飛躍があることに気づき，筑波大学の竹内潔講師と共同して完全な証明をつけるべく試みた結果である。擬微分方程式系を考えることは複素領域においても重要なことであったが微分作用素が正則関数に層準同型として自然に作用するのに対して複素擬微分作用素の作用は非局所的であり従来の層の理論とは必ずしも相容れずこの方面での強力な道具である層のマイクロ台理論がそのままでは適用できない。これに対し上記の論文は初めて正面から取り組んだものであり今後この方面で重要な基礎的結果となることは間違いない。層の超局所カットオフを使う議論など結果と合わせて証明法も重要でありこの第２部についても高く評価できる。

よって, 論文提出者　杉木 雄一　は, 博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。