

論文審査の結果の要旨

氏名 野邊 厚

本論文提出者はセルオートマトンに附随する差分方程式について論じ、差分方程式がセルオートマトンの時間発展パターンを保存する十分条件として、セルオートマトンに関する安定性を定義している。また、フィルター写像を導入し、セルオートマトンに附随する任意の区分線形写像 (もしくはその写像の与える力学系) を安定化する一般的手法を得ている。さらに、その手法を用い、さまざまなセルオートマトンに対して、安定な差分方程式を提案している。

セルオートマトンは、有限個の値をとるセルの列からなる離散力学系であり、各セルは局所的な規則により次の状態へ時間発展する。時間発展の規則は単純であるにもかかわらず、一般にセルオートマトンは複雑な挙動を示す。1980年代、Wolframらによりその挙動が詳しく調べられ、基本的セルオートマトンの挙動は四つのクラスに分類された。その中でも、クラス3, 4の挙動は複雑である。セルオートマトンはその挙動が乱流、非線形波動および化学反応などの自然現象と似ており、それらの自然現象を記述する微分方程式との対応を明らかにすることが一つの課題とされている。実際、それはWolframの提唱したセルオートマトンにおける20の問題の9番目に挙げられている。

1990年代、高橋・薩摩により発見されたソリトンセルオートマトンとKdV方程式などの可積分な偏微分方程式との直接的対応が明らかにされたが、そこにおいては超離散化とよばれる手続きが鍵となっている。超離散化の利点の一つは、適切な差分方程式の解の極限が存在すれば、それが対応するセルオートマトンの解となることである。さらに、超離散化を逆方向に行うことも可能である(逆超離散化)。すなわち、セルオートマトンの時間発展を記述する区分線形な差分方程式が得られれば、そのセルオートマトンを極限とする適切な差分方程式が形式的に得られる。

本論文ではセルオートマトンに対して逆超離散化を行い、対応する安定かつ適切な差分方程式を得ることに成功している。第1章で研究の背景、動機付けを説明した後、第2章では一般次元のセルオートマトンを導入し、それらに対して区分線形な差分方程式を得る方法を提出するとともに、超離散化・逆超離散化の基本的考え方を述べ、単純な逆超離散化により得られる差分方程式はセルオートマトンの時間発展パターンを必ずしも保たないことを指摘している。次に第3章で、差分方程式を与える写像に対し、セルオートマトンに関する安定性を「ある写像がセルオートマ

トンに関して安定であるとは、その写像の与える力学系が初期値の摂動に対してセルオートマトンの時間発展パターンを保つことである」と定義するとともに、フィルター写像を導入して、セルオートマトンの時間発展パターンを保つ安定な区分線形差分方程式を得る方法を提案している。またその際に、フィルター写像が重要な役割を果たすことを指摘している。さらに第4章では、セルオートマトンに関して安定かつ滑らかな差分方程式の具体例を基本的セルオートマトン、クラス4セルオートマトン、可積分写像について示している。最後に第4章では、今後の展望について述べている。

以上、本論文はセルオートマトンと微分方程式との対応を明らかにするという未解決の問題に対して、フィルター写像を導入することにより、安定な差分方程式を構成し、一定の解答を与えている。本論文の成果は離散問題と連続問題を繋ぐという研究に新しい光を当てるものであり、そこで用いられている方法は数理科学的方法論の一つの方向性を示唆するものと考えられる。

よって論文提出者 野邊厚 は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。