

## 論文審査の結果の要旨

氏名 山形頼之

Curry-Howard の原理は、型理論における基本原理の一つである。計算機科学におけるある種の計算体系と、論理学の形式的体系とがほぼ同等とみなせることを主張するのがこの原理である。ここで、計算体系といているのは、関数型プログラミング言語の中心を担っている型付きラムダ計算であり、形式的体系といているのは、Brouwer に端を発する直観主義論理の体系である。この原理を用いると、たとえば、仕様に対する形式的証明から、プログラムを抽出することができ、そのプログラムの正しさは自動的に保証されることになる。

Curry-Howard の原理に現れる形式的体系である直観主義論理は、普通に数学で用いられる論理とは異なるものであり、たとえば背理法を用いる場合には制限がある。このことから、古典論理と呼ばれる普通に用いられている論理に拡張しようという要求が出てくるのは自然なことである。

他方、ラムダ計算の体系に対してのある種の拡張が計算機科学において Felleisen らによって考えられていた。これは、コントロール・オペレータと呼ばれるものをラムダ計算に付け加えようという試みである。コントロール・オペレータは実行のある瞬間に打ち切って、以前の実行状態に帰るものであり、プログラミングにおいてはエラー処理の際によく用いられる。

1990年に、Griffin は、コントロール・オペレータに対して型付けを試み、それが古典論理に現れる代表的な論理規則ときわめて類似性が高いことを指摘した。これに刺激されて、その後、Curry-Howard の原理を拡張して、コントロール・オペレータを持った計算体系と古典論理との間の関係を見出そうという試みがいろいろとなされることになった。

Parigot によって導入された  $\lambda\mu$  計算は、このような観点から古典論理に対応する計算体系として考え出されたものである。山形頼之が博士審査提出論文において扱っているのは、主としてこの  $\lambda\mu$  計算である。

山形頼之が提出論文において証明したことは主に次の二点である。第一に、 $\lambda\mu$  計算の体系が強正規性を満たすこと、第二に、ある種の論理式の証明から抽出された項(プログラムに相当する)がその論理式を満たすことである。第一の主張である強正規性とは、プログラムを任意の評価戦略にそって実行したときに必ず停止することを主張するものである。仕様の証明からプログラムを抽出したとしても、そのプログラムが無限ループに陥ってしまえば意味がないので、この性質が重要であるのは論を待たないであろう。第二の主張は、抽出された項の正当性を主張するものであり、当然必要な性質である。

Parigot らによる先行研究において、 $\lambda\mu$  計算の強正規性は証明されていた

が、これは計算規則を制限した場合に対してであった。このように制限してしまうと、第二の主張である抽出されたプログラムの正当性を、そのままでは満たさなくなってしまう。山形頼之による今回の結果のもっとも重要な点は、第二の主張を満たすように計算規則を十分拡張した上で、強正規性を証明したことにある。

山形頼之は、提出論文において、二階述語論理に対する古典論理の体系を提示し、その証明に対応する体系として $\lambda\mu$ 計算を導入している。さらに、この体系に対する計算規則をもっとも強い形で与えている。このように与えることで、上に述べた第二の主張が成り立つことが第3章において証明されている。

また、第4章においては、得られた体系の強正規性が証明されている。一般に、体系の強制規制を証明することは非常に困難な作業である。特に、二階の論理に対応する体系の強制規制を証明するには、更に高階の論理を用いなければならないので、多大な困難を伴う。この際に用いられる一般的な手法は、Tait-Girardによる **reducibility** の方法で、直観主義論理に対応する体系の場合は、この手法で強正規性が証明されている。しかし、古典論理の場合には、この手法の単純な拡張では対応できない。この困難を乗り越えるために、Barbaneraらによって編み出された手法を高階の体系に拡張し、ある種の閉包の操作を非可算回繰り返すことにより、**reducibility** の議論が適用できるように工夫したのが、提出論文においてもっとも労力と独創性を発揮した部分である。また第5章においては、このように工夫された手法が対称ラムダ計算という他の体系にも適用できることを示している。

このように、山形頼之の博士審査提出論文は、 $\lambda\mu$ 計算にたいして当然要求されるべき性質を始めて完全な形で与えたものであり、その証明には独創性と卓越した構成力が見出される。よって、山形頼之は博士(数理学)の学位を授与される十分な資格があるものと認定される。