

## 論文の内容の要旨

### 論文題目

## Disordered Criticality in Two Dimensions (2次元系における乱れによる臨界現象)

氏名 守田佳史

2次元量子系に於ける臨界現象は、現代の凝縮系物理学の最も興味深い対象のひとつである。例えば、強磁場下2次元電子系（量子ホール系）では、プラトー転移という顕著な臨界現象がおこる。古典的な臨界現象では、温度を変えていったときの物理量の特異性が議論された。しかし、量子ホール系などでは、絶対零度でも、系の量子ゆらぎの効果で臨界現象が生じることが知られている（量子臨界現象）。この論文では、2次元系において、系の乱れが電子系にひきおこす臨界現象を議論する。

乱れの強さを変えたときに電子系に生じる臨界現象は、アンダーソン局在とよばれ、長い研究の歴史がある。具体的には、金属の不純物濃度を連続的に変化させたとき、電気伝導度が非解析的に消失する現象などをさす。1979年にE.Abrahamsら(AALR)は、その問題にくりこみ群の考え方を適用した。それによると、いくつかの仮定を認めれば、 $d = 2$ で

$$\beta(g) = d \ln g / d \ln L < 0$$

がみちびける。これは  $L \rightarrow \infty$  で  $g = 0$  を意味するので、2次元系において常に電子の拡散がない（絶縁体）という主張にたどりつく。

この論文の第2章では、2次元量子系であるにもかかわらず、対称性の効果にみちびかれ、乱れによる臨界現象が電子系に生じる新しい模型を議論する。

まず、具体的な問題に移る前に、一般的な観点から問題を議論する。第2章で議論の中心となるリンク上にのみ乱れがある模型のクラスを考える。さらに対応する格子が副格子構造をもつ場合(例えば正方格子)、その一族をカイラルクラスと呼ぶことにする。カイラルクラスでは、乱れがある場合でも

$$\{\mathcal{H}, \gamma\} = 0$$

がある行列 $\gamma$ に対して成立する。したがって、エネルギー $E$ をもった状態 $\psi$ に対応して、エネルギー $-E$ の状態 $\gamma\psi$ が存在する。つまり、エネルギー $E$ と $-E$ が必ずペアをくみ、結果 $E = 0$ が特別な役割をになう可能性がでてくるのに注意する。

さてここで、第2章で議論する具体的な模型を説明する。2次元t-J模型の低エネルギー有効理論と関連して、各単位格子を貫く磁場の平均値を時間反転対称性を破らない $\pi$ にとる模型( $\pi$ フラックス模型)がI.AffleckとJ.B.Marstonにより1988年に提案された。第2章では、この模型における乱れの効果を調べる。なお乱れがない場合は、その $E = 0$ 近傍の励起はDirac fermionとなり、 $d$ 波超伝導、量子Hall効果のプラト-転移との関わりも密接である。このようなことを踏まえつつ、我々は基礎的な興味から、

$$\mathcal{H} = \sum_{\langle i,j \rangle} c_i^\dagger (t_{ij} + w_{ij}) c_j$$

( $t_{ij} = \exp(i\varphi_{ij})$ は単位格子を貫く磁場が $\pi$ になるようにとる。 $w_{ij}$ は、 $[-W, W]$ から一様乱数として選ぶ)というカイラルクラスに属する模型の研究をおこなった。なお、比較

のためカイラルクラスに属さない

$$\mathcal{H} = \sum_{(i,j)} c_i^\dagger t_{ij} c_j + \sum_i c_i^\dagger V_i c_i$$

( $t_{ij} = \exp(i\varphi_{ij})$  は単位格子を貫く磁場が  $\pi$  になるようにとる。 $V_i$  は、 $[-W, W]$  から一様乱数としてえらぶ) も調べた。数値的に系を対角化し、データを数千から一万ぐらいまでの異なった乱れの配置に対して平均化した。まず、状態密度に関する結果から述べる。乱れない場合は  $\rho(E) \sim |E|$  だが、乱れによって  $\rho(E) \sim |E|^\alpha$  でフィットできる領域が、 $E = 0$  近傍から、ひろいエネルギースケールにわたって存在するのが見い出された。一方、カイラルクラスに属さない場合はそのような非解析的な振る舞いは見られない。さらに我々は、Thouless 数に関してスケーリングが成立することに注目し、前者の場合  $E = 0$  で臨界現象がおり、後者はすべての状態が局在していることを確認した。時間反転対称性も、スピン空間における回転対称性も保たれているにもかかわらず、カイラルクラスに属することから 2次元系における乱れによる臨界現象生じることは著しい。これから示唆されるように、カイラルクラスはアンダーソン局在の新しい分類に属することが現在では確立している。

量子ホール系における乱れの効果は、いままでの議論とは異なる一面をもった興味深い問題である。量子ホール系における乱れの効果のうち、ホール伝導度  $\sigma_{xy}$  が有限の整数に量子化された状況から、0にどのように変化するかは、重要な問題である。その際、Kivelson らの主張として次の選択則がある。

$$\Delta\sigma_{xy} = \pm 1.$$

この選択則はきわめて簡明だが、相図の大域的構造を決める内容がある。量子ホール系における乱れの効果、相図の

大域的構造は、現在でも進展中のこみいった問題である。この論文の第3章の前半では、不純物ポテンシャルをふくむ一様磁場下の格子 fermion 系を例にとって、ホール伝導度  $\sigma_{xy}$  が有限の整数に量子化された状況から、0にどのように変化するかを議論した。D.J.Thouless らが見出したようにホール伝導度はトーラス（より正確には  $U(1)$  ファイバーバンドル）の位相不変量であらわされるので、摂動に対して安定であることが従う。そのため、ホール伝導度が変わるためには、トーラスに特異点があられることが予想される。その特異点近傍に注目すると自然に Dirac fermion があられる。この Dirac fermion を分析することによって上述の選択則に対応することが導ける。この議論は広がりのある内容を持ち、第3章の後半で議論するように、超伝導においても位相不変量が定義でき、同様な現象が生じる。ただし、選択則は、超伝導固有の対称性を反映して異なることを詳細に議論した。このことは量子ホール系と超伝導の密接な関係を示唆する。実際、それは双対性として定式化される。その応用として、磁場下の d 波超伝導の準粒子構造に関する議論も最後に行った。