

論文審査の結果の要旨

氏名 守田佳史

本論文は4章からなり、1章は序、2章は不規則性が存在するディラック・フェルミオン系、3章は量子ホール系におけるプラトー転移、4章は結論を述べている。

物性物理学において、量子相転移は最も興味深いテーマのひとつである。量子相転移とは、古典系でよく見られる温度により駆動される転移ではなく、絶対零度において量子系が、何らかのパラメータを変えた際に相転移を起こす現象である。臨界現象が量子揺らぎにより支配されるのが興味の焦点である。不規則性が存在する系における波動関数の局在・非局在転移は、量子相転移の典型例であり、未だに理論的興味を放ち続けるテーマである。

一方、2次元空間における量子臨界現象には特に興味もたれる。2次元というのは特別な次元であり、これは量子ホール効果という現代の物性物理学の大きな分野をなす現象が現れる舞台でもある。量子ホール効果は、強磁場中に置いた2次元電子系であり、この系ではホール伝導度が量子化されている。このため、電子密度などを変えると、系の状態が一つのホール伝導度量子化状態から別の量子化状態に転移し、これはホール伝導度をプロットすると階段状に振る舞う際に、一つの段から別の段への遷移に対応するので、プラトー転移と呼ばれることがある。本学位論文は、2次元系において不規則性がひきおこす量子臨界現象を、量子ホール系および関連する系に対して、主に数値計算の結果に基づいて理論的に議論したものである。

不規則性の強さを変えたときに電子系に生じる臨界現象は、一般に Anderson 局在とよばれ、1950年代に理論的に提案されて以来、実験・理論の長い研究の歴史がある。実験的には、半導体の不純物濃度を変化させたときに、電気伝導度が或る指数をもった冪関数のように消失することが観測されている。その後、1979年に Abrahams らは、繰り込み群の考え方を適用して、明快な予言を行った。これによると、簡単な仮定の元で、2次

元では金属は存在しない（つまり、2次元不規則系は、系のサイズを十分大きくしたり、温度を十分低くすると、どんなに不規則性が弱くても必ず絶縁体になってしまう）という著しい主張にたどりつく。

これは一般論であり、実際実験的にも2次元系とみなせる系でこれが確認されている。これに対し、本論文の第2章では、2次元系であっても、或る特別な対称性が存在すれば、この効果のために絶縁化をまぬがれ、臨界現象が生じる新しい模型が議論されている。本学位論文においては、具体的に、物性物理学でよく用いられる、tight-binding 模型（原子軌道の間を電子が飛び移る模型）を採用し、正方格子上のこの模型において、各四角形に磁束量子（の半分）が通っている模型である。格子定数が原子スケールであるとすると、これを実現するには非現実的に強い磁場が必要であるが、高温超伝導の関連で以前に提案された模型の一つ（1988年に Affleck と Marston により提案された）と関連があることや、この模型のバンド分散が質量ゼロの Dirac 粒子と同じなので、2次元 Dirac 粒子系とみなせる、などの点があるので、理論的には興味もたれる。この模型は、たまたま、或る種の電子正孔変換（ゲージ変換の一種）に対して不変（カイラル対称性と呼ばれることがある）。このため、或るエネルギー E をもった固有状態が存在すると、必ず $-E$ の状態も存在することが言え、 $E = 0$ が特別な役割をになう可能性がでてくる。

第2章では、このような模型に不規則性を導入したものに対して、有限系のハミルトニアンを数値的に対角化し、固有値および固有関数を求めた。これにより、先ず状態密度に $\rho(E) \sim |E|^\alpha$ のような冪的な特異性をもつ以上が $E = 0$ 近傍に存在することが見い出された。さらに、Thouless 数と呼ばれる局在性を評価する方法を用いて、 $E = 0$ で非局在化に対応する臨界現象が起きることを見出した。普通の系では、Anderson 局在は、唯3種類のユニバーサリティー・クラス（普遍的な分類；ここでは無磁場、磁場下、スピン・軌道相互作用系にそれぞれ対応）しかないことが知られていたが、本論文では、特別な対称性を仮定したためとはいえ、新しいクラスが見つかったことになる。

一方、量子ホール効果は1980年に発見され、その直後から、この系における不規則性による局在と量子化との関連に対する理論が Aoki-Ando 等により提案された。ここでは、不規則性があるにもかかわらず、というより正に不規則性の為に、ホール伝導度 σ_{xy} が有限の整数に量子化された階段関数になるので、その段の境目の量子相転移は、直ちに重要な問題となる。段は普通は1段ずつ変わる、という選択則をもち、これは2次元連続系や格子系の或るものについては知られている。

しかし、量子ホール系における不規則性の効果を含んだ相図の大域的構造は、現在でも進展中の難問であり、複合粒子理論を用いた大域的相図の提案もあるが、よく分かっていない。本論文の第3章の前半では、不純物ポテンシャルをもつ一様磁場下の格子上的フェルミオン系に対して、ホール伝導度 σ_{xy} が有限の整数に量子化された状況から、不

規則性を増やすにしたがってどのように変化するかが議論された。Thouless らが見い出したように、ホール伝導度は或る種のトポロジカル不変量であらわされるので、ホール伝導度は滑らかに変化することはできず、必ず不連続変化（特異点）が現れることが予想される。この特異点近傍は、実効的に Dirac 粒子の模型で記述することができ、これからも上述の選択則が導ける。この議論は、第 2 章とも関連するとともに、第 3 章の後半で議論されるように、超伝導においても位相不変量が定義でき、d 波超伝導と呼ばれる異方的なペアリングを伴う超伝導においても類似の現象が生じることが知られている。第 3 章の後半では、選択則は超伝導固有の対称性を反映することが指摘され、量子ホール系と超伝導が、形式的には関係することも示唆され、それが双対性として定式化された。その応用として、磁場下の d 波超伝導の準粒子構造に関する議論も最後に行われた。

以上のように、本学位論文で新に得られた知見は、量子ホール効果における転移に対する理解が、Dirac 粒子系や異方的超伝導体との形式的関連という広がりも含めて、深まったことである。局在の新しいユニバーサリティー・クラスが分かったこと、トポロジカル不変量存在下での量子臨界現象など、興味深い点であり、多様な発展性も暗示している。

なお、本論文の一部は初貝安弘、石橋和洋各氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって研究したものであり、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、審査員全員により、博士（理学）を授与できると認める。