論文の内容の要旨

論文題目　　Off-Axial 光学系の近軸・収差論的解析

氏名　　荒木 敬介

最近HMDのような表示系では従来の共軸光学系の範疇には属さない光学系が登場してきているが、こうした光学系には従来からの共軸光学系に対する近軸・収差論的解析の体系は適用できない。本論文の研究は、そうした光学系にも使えるより一般的な近軸・収差論的解析体系を構築することを目的として始められた。そして本論文では、新しく提案するいくつかの概念と手法を導入することでその体系化の基本的部分が完成したことを報告するものである。以下に、本論文の要旨をいくつかの重要事項別に順を追ってまとめる。

◎　Off-Axial 光学系の概念とその表現方法

新しく概念を導入したOff-Axial光学系は、一般に折れ曲がった基準軸に沿って屈折面、反射面等の偏向面を配置して形成された光学系と定義するが、近軸量を決めるのに必要なデータは、R（面の曲率半径)、D（面間隔)、N（硝材データ）の他に基準軸の曲がり方を規定する角度要素Aから成ることを示すことができる。従って、Off-Axial 光学系は共軸回転対称光学系の拡張概念であると考えることができる。また、光学系を構成する面は、基準軸との交点を原点とするローカル座標で表わされるy、zの2次以上のすべての次数を含む自由曲面（非対称非球面）として

$$x(y,z) = C_{20}y^2 + 2C_{11}yz + C_{02}z^2 + +D_{30}y^3 + 3D_{21}y^2z + 3D_{12}yz^2 + D_{03}z^3 + \ldots$$

のように与える。こうすることにより、非対称な自由度を面形状に付与できると同時に、基準軸を固定したまま共軸系と同様のやりかたで光学系の設計が可能となった。

◎　4元ベクトルを使ったテンソル解析の導入

Off-Axial 光学系は近軸・収差解析においても対称性がないことを前提にしつつも見通し良い解析を進めるため、本論文では$\vec{I} \equiv \begin{bmatrix} h_y \\ h_z \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{sR_y - tY}{s-t} \\ \frac{sR_z - tZ}{s-t} \\ \frac{N(R_y - Y)}{s-t} \\ \frac{N(R_z - Z)}{s-t} \end{bmatrix}$のように定義される光線基本ベクトル（ただしｓ、ｔは物体距離、入射瞳面までの距離、(Y,Z)は物点座標、（R_y, R_z）は入射瞳上の光線座標を表わす）と、各評価のアジムスξでの物体収差、瞳収差に直接関係し像面と瞳面の通過点を４元ベクトルとして一括して扱う光線通過点４元ベクトル$\vec{p} \equiv \begin{bmatrix} b_{\parallel} \\ b_{\perp} \\ r_{\parallel} \\ r_{\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b\cos\zeta \\ b\sin\zeta \\ r\cos\eta \\ r\sin\eta \end{bmatrix}$を導入した。(ただし$b$は正規化された画角、$r$は正規化された入射瞳径、$\zeta$は物点の評価アジムスに対する相対アジムス、$\eta$は瞳上通過点の評価アジムスに対する相対アジムスを表わす。)

そしてその偏向後の２種類の４元ベクトルを偏向前の４元ベクトルを使って展開した。ベクトルのベクトルによる展開であるから、テンソル解析が有効であるが、その結果は以下のような展開形として示される。

$I'_i = G_{ij}I_j + H_{ij_1j_2}I_{j_1}I_{j_2} + M_{ij_1j_2j_3}I_{j_1}I_{j_2}I_{j_3} + \ldots$

$p'_i = T_{ij}p_j + U_{ij_1j_2}p_{j_1}p_{j_2} + V_{ij_1j_2j_3}p_{j_1}p_{j_2}p_{j_3} + \ldots$

この結果は、収差展開を見通しよく表現しており、以下の収差解析の基本式となるものである。

◎　テンソル解析を使った近軸・収差論的解析とその重要な解析結果

テンソル解析の結果、上記２種類の４元ベクトルの展開係数の間には以下の関係があることが判明した。

$T_{ij} = J'^{-1}_{im}G_{mn}J_{nj}$（１次の係数）、 $U_{ij_1j_2} = J'^{-1}_{im}H_{mn_1n_2}J_{n_1j_1}J_{n_2j_2}$（２次の係数）、

$V_{ij_1j_2j_3} = J'^{-1}_{im}M_{mn_1n_2n_3}J_{n_1j_1}J_{n_2j_2}J_{n_3j_3}$（３次の係数） ...

この関係式は、一次の収差係数$T_{ij} - \delta_{ij}$、２次の収差係数$U_{ij_1j_2}$、３次の収差係数$V_{ij_1j_2j_3}$等各収差係数は評価のアジムスに依存しない固有量G_{ij}(拡張されたガウス行列)、$H_{ij_1j_2}$、$M_{ij_1j_2j_3}$等を物体側近軸追跡値マトリックス$\tilde{J} \equiv \begin{bmatrix} \bar{h} & 0 & h & 0 \\ 0 & \bar{h} & 0 & h \\ \bar{\alpha} & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & \bar{\alpha} & 0 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\xi & -\sin\xi & 0 & 0 \\ \sin\xi & \cos\xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\xi & -\sin\xi \\ 0 & 0 & \sin\xi & \cos\xi \end{bmatrix}$と、物体側と同様の定義の像側近軸追跡マトリックス$\tilde{J}'$を使って変換することにより任意のアジムスでの収差を変換で求めることができることを示すものである。但し、近軸追跡値マトリックス$\tilde{J}$、$\tilde{J}'$は、共軸回転対称系と全く同等な近軸追跡式$\tilde{J}' = \tilde{Q}\tilde{J}$ 但し、$\tilde{Q} \equiv \begin{bmatrix} A & 0 & B & 0 \\ 0 & A & 0 & B \\ C & 0 & D & 0 \\ 0 & C & 0 & D \end{bmatrix}$で関係付けられている。ここで、$Q_{ij}$は$G_{ij}$(拡張されたガウス行列）から回転対称系空間に射影して求められる等方的ガウス行列で、与えられた物体面に対して、収差を評価する近軸像面を決定する働きをする。そ

して、この Q_{ij} の考え方を用いれば、アジムスにより結像点が異なる現象も 1 次収差として明確に定義できるようになる。また、各面での換算座標の尺度単位も、この Q_{ij} を使い、共軸回転対称光学系と全く同様の物体近軸光線と瞳近軸光線の“近軸追跡”をすることによりこの結果の中にすべて盛り込むことができるようになる。こうして出来上がった体系は、共軸回転対称系をその特殊例として内包する拡張された近軸理論の体系となっている。

また、複数面の構成面の場合、前の面まで持っていた収差が現在の面で発生する収差量に対して影響を与えるクロスターム効果も、テンソル解析を使えば以下のように簡単に表わせるようになる。(ただし左肩の添字 ^{0}、^{1}、^{t} はそれぞれ面に入射する前までのトータル量、入射した面で発生する量、面射出後のトータル量を表わす。)

${}^tT_{ij} = {}^1T_{im}\,{}^0T_{mj}$ (1 次の係数)、${}^tU_{ij_1j_2} = {}^1T_{im}\,{}^0U_{mj_1j_2} + {}^1U_{il_1l_2}\,{}^0T_{l_1j_1}\,{}^0T_{l_2j_2}$ (2 次の係数)、

${}^tV_{ij_1j_2j_3} = {}^1T_{im}\,{}^0V_{mj_1j_2j_3} + {}^1V_{ik_1k_2k_3}\,{}^0T_{k_1j_1}\,{}^0T_{k_2j_2}\,{}^0T_{k_3j_3} + {}^cV_{ij_1j_2j_3}$ (3 次の係数) ...

ここで上記の式で 3 次の項のクロスターム項 ${}^cV_{ij_1j_2j_3}$ は具体的には

$${}^cV_{ij_1j_2j_3} = \tfrac{2}{3}\,{}^1U_{il_1l_2}({}^0U_{l_1j_1j_2}\,{}^0T_{l_2j_3} + {}^0U_{l_1j_2j_3}\,{}^0T_{l_2j_1} + {}^0U_{l_1j_3j_1}\,{}^0T_{l_2j_2})$$

のように表わされる項である。

このように、4 元ベクトルとテンソル解析の導入は Off-Axial 光学系の解析と数値計算を非常に見通しよくするものである。

◎　折れ曲がった基準軸に沿った近軸展開と拡張されたガウス行列の具体形

本論文では、Off-Axial 光学系の近軸解析に必要な各変換に対する拡張されたガウス行列の具体形を、実際の一般光線についてその 4 元ベクトル各成分への依存性を基準軸のまわりに数式的に冪級数展開する手法 (この新しく導入された手法を「折れ曲がった基準軸に沿った近軸展開手法」と呼ぶ) を用いて求めた。結果は、屈折や反射に使える偏向に対しては、

$$\widetilde{G_f} = \begin{bmatrix} \frac{\cos\theta'}{\cos\theta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2N^*C_{20} & 2N^*\cos\theta C_{11} & \frac{\cos\theta}{\cos\theta'} & 0 \\ 2N^*\cos\theta' C_{11} & 2N^*\cos\theta\cos\theta' C_{02} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

のように、共軸回転対称系の拡張形となっている。(ただしここで、N^* は $N^* \equiv \frac{N'\cos\theta' - N\cos\theta}{\cos\theta\cos\theta'}$ を、θ、θ' は基準軸の面に対しての入射角、射出角を表わす。)

また、基準軸に沿っての間隔 d に対する転送の拡張されたガウス行列も共軸回転対称系と同等の形として

$$\widetilde{G_t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -e' & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -e' \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

のように導出できた。(ただし e' は $e' = \frac{d'}{N'}$ であり、共軸回転対称系の収差論の時と同じく換算面間隔を表わす。) また、Off − Axial 光学系に固有な折れ曲がった基準軸が同一平面内に存在しないことによって生じる“ひねり”に対しても拡張されたガウス行列を具体的に求めることができ、結果は

$$\widetilde{G_r} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\psi & \sin\psi \\ 0 & 0 & -\sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix}$$

のようになった。

(ただしψは、ひねり角を表わす。) このように、Off-Axial 光学系の近軸量を表わすのに必要な量は上記のように3種類の4×4のマトリックスを使い、共軸回転対称系の拡張された形として具体的にも計算できるものである。

◎　回転非対称な結像についての考察

以上は回転非対称な光学配置で基準軸のまわりに回転対称的（等方的）結像について主に述べたものであったが、現実の光学系を使った結像のなかには、直交する2方向で結像倍率が異なるアナモルフィック結像や物体面や像面が傾いた結像という、基準軸のまわりに回転対称的でない結像が存在する。本論文ではそうした回転非対称結像に対しても解析を加えた。そのうち、アナモルフィック結像は、1次のディストーションのみを許し他の収差は高次収差も含めて補正された結像であるだけで、本報告で述べてき解析体系がそのまま使えることを示した。また、物体面や像面が傾いた結像についても、傾いた2組の共役面に対する光線基本4元ベクトルを物体空間側と像側空間側でそれぞれ定義し、それらの光線基本4元ベクトルが、傾いていない光線基本4元ベクトルと変換可能であることを示し、本報告で述べてき解析体系が有効に使えることを示した。このように、本論文のOff-Axial 光学系の近軸・収差論的解析の体系はこうした回転非対称な結像についても有効である。

◎　実際のOff-Axial 光学系の設計への適用

本論文では更に、こうして構築したOff-Axial光学系の近軸・収差論の体系を使い実際のOff-Axial光学系を設計した事例についても報告したが、その設計法の概略は以下の通りである。まず、光学系を光路の干渉などを考慮しつつ、折れ曲がった基準軸に沿って配置する。この基準軸の配置は以下の設計プロセスを通して基本的に固定されたものである。次に、ガウス行列の手法を用いてアジムス毎に近軸トレースを行ない、全系の近軸量・像面位置がアジムス依存性を持たないように各面の曲率を決めてやる。こうして決められた4×4の拡張されたガウス行列G_{ij}は、A、B、C、Dのサブマトリックスがスカラー的になるため、1次の収差が除去されたものとなる。そして最後に、このようにして骨組みが決められた光学系に対して、3次以降の奇数次の非球面係数を導入することにより主として2次、4次... といった偶数次収差を補正し、4次以降の偶数次の非球面係数を導入することにより主として3次、5次... といった共軸回転対称系でも存在する奇数次収差を補正することを行なう。このようにして設計された光学系は、従来の共軸光学系とは全く違う光学配置であるにもかかわらず、回転非対称な収差も含め良好に収差補正のなされた光学系であり、HMD (Head Mounted Display) 等の用途に有効と考えられている。

Off-Axial 光学系はまだ解析がはじまったばかりで、実際の光学設計としてもたくさんの可能性を孕んだ発展途上の光学系である。その解析も本論文でその端緒についたばかりである。今後は、ここで構築したOff-Axial 光学系の近軸・収差論的解析の手法を発展させてOff-Axial 光学系の設計理論としてまとめたる予定である。