

論文の内容の要旨

回転球面上の円領域における2次元流体運動の数値的研究

谷口由紀

3次元流体乱流では、大スケールの渦から小スケールの渦へとエネルギーが伝達されるのに対し、2次元乱流では小さなスケールから大きなスケールに伝達され3次元乱流とは大きく異なる性質をもつことが知られている。さらに、2次元乱流は、大気海洋などの大規模運動の基本モデルでもあるため、系の回転が流体運動に及ぼす効果についても多大な興味を持たれてきた。1975年に Rhines は、ベータ平面上で2次元乱流実験を行い、東西に延る帯状構造が形成されることを指摘した。また、1978年に Williams は回転球面上の2次元非圧縮性流体運動で高い対称性を課した強制乱流の数値実験を行ない、球面上に縞状構造が出現することを報告した。その後、1993年に Yoden and Yamada は対称性を仮定しない数値実験を行ない、減衰乱流において自転角速度が十分に大きい場合、東風周極ジェットが形成されることや帯状の縞構造が出現することを示した。さらに1997年には Nozawa and Yoden は2次元強制乱流においても帯状縞構造が形成されることを確認している。最近では1999年に、石岡、山田、林、余田によって、減衰系で球自転角速度が大きい場合、東風周極ジェットが出現するのは初期条件に依存しないことが確認され、減衰乱流での帯状縞構造の出現と初期エネルギースペクトルの関係が論じられている。

本研究では、このような研究を踏まえて、回転球面上の流体領域が境界を持つ場合、すなわち、回転球面上の「池」の中における2次元非圧縮性流体の流れのパターンを調べた。ここでは「池」の形状は円形のものに限定し数値実験を行ない、丸池内の流体運動について、流れ関数や渦度の時間発展について報告する。

流れのパターンは球面上の丸い池の大きさと位置に依存する(丸池が球面の半分以上を占める場合もあり得る)。そこで丸池の大きさと位置を任意に設定できるように、数値計算に当たっては、まず球面上の丸池の中心

を基準とする立体射影によって丸池を平面単位円板上に写し、この単位円板上で Navier-Stokes 方程式を解いた。この変数変換の利点は、渦度方程式の非線形項とラプラシアンが類似の形式で変換され、写像後の方程式が流体方程式に近い形になることである。丸池の境界における境界条件は no slip 条件を採用した。単位円板上では極座標を用いて、角度方向にフーリエ展開、動径方向にチェビシェフ多項式展開を行い選点法を用いた。このときの展開形は、境界条件を満し、中心 ($r = 0$) で特異性を持たないように決めている。時間積分については Crank-Nicolson 法と 2 次の Runge-Kutta 法を用いて行なった。

本論文では、丸池の大きさが半球で、境界と経度線と一致する場合 (縦半球)、境界が赤道と 45 度の角をなす場合 (南極を含む斜め半球)、南半球の場合と、丸池の中心が南極にあり半球よりも大きい場合、及び、小さい場合について述べる。初期場は、流線が同心円状のものと、乱数によって生成した乱流場の 2 つを用いた。粘性係数は 0.01、球自転角速度は 400 (木星相当) とした。

丸池が縦半球で初期の流れ場が同心円状の場合、時間発展と共に、南北対称の流れのパターンが東から西へ移動していく様子が観察され、西岸強化流の形成が観察される。

斜め半球の場合は、初期場によらず、十分に時間がたつと南極付近に周極流が形成されることが観察された。このとき初期の流れの向きを逆転させると、同心円状の初期場の場合、形成される周極流の向きも逆転する。これは流れ場がほぼ線形的に時間発展することを示すと考えられる。一方、初期場が乱流の場合は、初期の流れの向きを逆転したとき、形成される周極流の向きは初期スペクトルの形に依存することが見いだされた。特に、スペクトルピークが低波数域にあるときは南極付近に西風周極流が形成される傾向が強く、これは領域が回転球面全体の場合の 2 次元非圧縮乱流場で東風周極流が形成されることと対照的である。

南半球の場合、初期値として乱流場を与えたとき、十分に時間がたつと南極付近に西風周極流が形成された。初期速度場の向きを逆転した場合についても西風周極流が形成される。そこで、乱数を用いて生成された 20 種類の初期乱流場およびそれらの速度の向きを逆転した乱流場、合計 40 種類の乱流場を初期値として同様の数値実験を行った。各初期乱流場について経度方向速度の経度平均の緯度分布の時間変化を調べた結果、40 種類全ての初期乱流場に対し、時間がたつにつれ、境界 (赤道) 付近で東風が、また南極付近で西風周極流が形成されることが観察された。また、初期エネルギースペクトル形をある程度変化させた場合も、境界付近で東風、南極付近で西風周極流が形成された。従って、本論文で行った数値実験に関する限り、南半球の場合は、南極付近に西風周極流が形成されることが見いだされた。

丸池の中心が南極にあり半球よりも大きい場合は、初期エネルギースペクトルのピーク波数が小さいと、境界付近の東風と南極付近の西風周極流が形成される傾向が強い。これに対し、エネルギースペクトルのピーク波数が大きいと、南極付近に形成される西風周極流の割合が減る傾向がある。また、半球よりも小さな丸池の場合は、本論文で行った数値実験に関する限り、初期値エネルギースペクトルの形によらず南極付近に西風周極流が形成された。ただし、初期乱流場で南極付近に一方方向の大きな流れがある場合は、形成される周極流の向きは、初期の流れの向きと一致する。これは、本研究の初期乱流場は比較的大きな渦からできており、それに比べて領域が狭いためと考えられる。

以上の数値実験の結果は、丸池の位置と大きさによらず、南極付近に西風周極流が形成される傾向が強いことを示している。そこで、この西風周極流の形成過程における (角) 運動量輸送の状況を見るため、南半球の場合について、西風速度が最大となる緯度で (u, v) の分布密度を調べた。その結果、初期速度場の向きによらず (すなわち初期速度場を逆転させた場合も)、 (u, v) の第 2 象限における分布密度 (東風運動量の北向き輸送) が増加している様子が観測された。またさらに、第 1 象限から第 4 象限それぞれにおいて積 $|uv|$ の総和を計算した結果、西風周極流の形成過程では、東風運動量の北向き輸送による運動量輸送が、全輸送量の中で最大の部分を占めていることが分かった。この結果は、南極付近の西風周極流の形成は、西風運動量の南向き輸送によるのではなく、東風運動量の北向き輸送によって東風成分が南極付近から逃げて行くためであることを示している。

本論文では、丸池が南半球で境界条件を stress free にした場合についても数値計算を行い、流線の時間発展を観測した。初期エネルギースペクトルのピーク波数が $n_0 = 10$ の初期乱流場を 1 ケース用いて数値計算を行っ

た. その結果, 十分に時間がたつと南極付近に西風周極流が形成された. これは, 初期速度場の向きを逆転しても同じであった. これは, 境界条件を変化させても, 最終的に南極付近に西風周極流が形成されることを示唆している.

以上の結果から, 本研究で行った数値計算に関する限り, 南極付近に西風周極流が形成される傾向が強いことが結論される. これは, 領域が回転球面全体の場合, 2次元非圧縮乱流場で東風周極流が形成されることと対照的な結果である. これは東風運動量成分がロスビー波によって輸送され粘性で散逸されるためだと考えられる.