論文内容の要旨

論文題目 Superstring Theory in Melvin Background (Melvin背景における超弦理論)

氏名　高柳　匡

超弦理論は、重力を含めた統一理論のなかで最も有力な候補と考えられていて、その研究は多方面に及び、めざましく進展している。最近の進展は超弦理論の双対性やD-braneの発見に始まり、ゲージ理論と重力理論の双対性（ホログラフィー）や超弦理論における非可換幾何の実現に及んでいる。このような研究から分かってきた興味深いことの一つは、超弦理論はその背景がどのようなものであるかによって、その性質を大きく変わる点である。今までに具体的な例としていろいろな背景が研究されてきたが、弦理論として解けるモデルは限られており、統一的な視点は得られていない。少なくとも分かっていることは、超弦理論が記述する幾何は、通常の数学で議論される幾何と必ずしも一致しないという興味深い事実である。この理由としてまず、弦理論は有限の長さスケール（弦の長さ $\sim \alpha'^{\frac{1}{2}}$）を持っている点が挙げられる。もう一つ、特にこの論文で着目することは、超弦理論にはさまざまなゲージ場、例えばNSNSのB場やRR場などがあり、これらが非自明な値をとるとき通常の幾何と異なる幾何が観測される可能性があるという点である。よく知られている例として、定数のB場がD-brane上に存在すると、そのD-brane上のゲージ理論は非可換幾何で記述されることが挙げられる。

このような背景場がFlux (field strengthがゼロでない場合）を含むとき、重力と結合して、非自明な系となる。その良い例として、Einstein-Maxwell理論の古典解である、Melvin解が挙げられる。これは、Fluxtubeを記述する時空で、超弦理論に拡張することができる。本論文の趣旨はNSNSのB場とKaluza-Kleinのゲージ場によるMelvin背景における超弦理論をいくつかの視点で研究することである。

このMelvin背景における超弦理論が興味深いもう一つの理由が、それが超対称性を保たない点である。このとき理論が不安定となり、閉弦の励起にタキオンが一般に生じる。現在でも閉弦のタキオン凝縮はよく分かってないことが多く、ごく最近にオービフォールドについていくらか結果が得られているが、まだ研究が始まった状態と言える。したがってその意味でも興味深い例を提供するモデルと言える。

本論文の内容は大きく分けて２つに分かれ、前半がMelvin背景における閉弦の研究で、後半が、この理論におけるD-braneの性質についての研究である。この他に、RR場によるMelvin背景(Fluxbrane)についての最近の研究などのレビューも含めた。

はじめにMelvin背景における閉弦の研究について述べる。この理論はKaluza-KleinのゲージNSNSのB場のそれぞれのFluxの強さを表すパラメーターqとβと、コンパクト化の半径Rに依存している。超弦理論の１０次元の時空のうち、３次元が非自明なMelvin解を表し、残りの時間を含む７次元は平坦な時空である。前者は$M_3 = \mathbf{R}^2 \times \mathbf{S}^1$のトポロジー（但し$\times$はtwisted productを意味する)をもつ。$\mathbf{R}^2$方向の座標を(ρ, φ)とし、$\mathbf{S}^1$方向をYとする。

まず、重要な事実としてこの理論は厳密に解けることが知られている。具体的には、本論文に詳しくフェルミオンを含めた議論で述べられているように、非自明な背景におけるT-dualiyを用いることによって、自由場に帰着することができる。これを用いると、分配関数が計算でき、質量スペクトラムも決定できる。

我々はまず、この理論と既知の理論、とくにオービフォールド理論の関係を調べた。結果としてqRと$\beta\alpha'/R$のうちどちらかが0で、もう一方が 有理数(k/Nと書く。但しkとNは互いに素な整数）のときに、$R \to 0$もしくは$R \to \infty$の極限でオービフォールド$\mathbf{C}/\mathbf{Z}_N$と等価であることを分配関数を用いて証明した。もっと正確には、kが偶数のときは通常のtype II理論のオービフォールドとなるが、kが奇数のときは、時空全体にタキオンが存在するtype 0理論と呼ばれる理論のそれになることが分かる。つまり、Melvin背景は、type IIやtype 0のオービフォールドの拡張と見なすことができ、両者が連続的につながることを意味している。これは、最近議論されている、type II理論とtype 0理論の双対性の一例と思える。

このようなオービフォールドはすべて非超対称的であり、kが偶数なときでもtwisted sectorにタキオンが存在する。このようなタキオンの凝縮は最近議論されていてNが小さくなる方向に崩壊して行くと考えられている。我々の結果はタキオン凝縮以外にも、Melvin背景の変形つまり、on-shellの変形として崩壊する可能性があることを示唆している。

このようにMelvin背景は超対称性を破るが、高次元への拡張を考えるとその一部を保つことが可能である。我々は、高次元のMelvin背景における超弦理論を構成し、それが厳密に解けることを示した。また、分配関数を計算して、パラメーターの値を適切に選ぶと、一部の超対称性が保たれることを示した。この背景は、高次元オービフォールドの一般化とみなせ、実際、超対称的なALE空間$\mathbf{C}^2/\mathbf{Z}_N$を含んでいることが分かる。

さて、一般に未知の超弦理論の背景が与えられたとき、その時空を探るプローブとして主に考えられるのは、もともとの弦(fundamental string)とD-braneである。以上の議論から閉弦からみたMelvin背景の幾何学的構造がある程度理解できたので、そこで次に、この背景におけるD-braneについて述べたい。

D-braneは弦理論の開弦の端点として定義される時空の部分多様体であり、その上にゲージ場やスカラー場が存在することから力学的なソリトンとみなされる。弦理論を記述する共形場理論の立場で説明すると、

共形対称性を保つ世界面 (world-sheet) の境界といえる。その境界条件によってさまざまな種類の D-brane が構成される。この境界を閉弦の立場から見たものが境界状態 (Boundary State) である。さて、今考えているモデルは厳密に解けるので、境界状態も厳密に求めることができる。したがってどのような D-brane が存在できるか決定することができる。境界状態の満たすべき最も重要な条件として Cardy 条件と呼ばれるものがある。これは、開弦の立場で計算した 1-loop 振幅と閉弦の立場つまり境界状態を用いて計算したものは一致すべきという要請である。我々はこの条件を構成した境界状態について確かめた。

特に、$\mathbf{R}^2$ 方向に局在する (つまり Dirichlet 境界条件をもつ)D-brane に最も興味があるので、以下ではその場合に注目することにする。自由場表現の立場で Dp-brane を定義するとこの場合は D0-brane と D1-brane に相当する。両者は T-duality で移りあう関係にある。

まず D0-brane であるが、パラメーター $\beta\alpha'/R$ が有理数 k/N のときは、オービフォールド理論における D-brane(fractional D-brane) と似た振る舞いをすることが分かる。つまり、単一の D0-brane は、$\mathbf{R}^2$ の原点から動くことができないが、N 個集まると動くことができる。半径が無限大の極限では実際に前述のようにオービフォールドに帰着されるので、無矛盾な結果である。有限の半径 R では、普通の fractional D-brane とは違い、一見 N 種類の D-brane が存在するようにみえるが、実際には $\mathbf{S}^1$ 方向を一周するとモノドロミーを受け種類が変わってしまうことが分かる。また k が奇数のときは type 0 理論に近づくことを既に見たが、D-brane のスペクトラムもそれに従うことが分かる。パラメーター $\beta\alpha'/R$ が無理数のときは、N が無限大に相当し D0-brane は有限個集めても、原点から動くことはできない。

さて、自由場表現の立場では以上のように見えるが、もともとの Melvin 背景ではどのように見えるのだろうか？ 我々はこのことを、両者をつなげる T-duality を詳しく調べることで解析した。結果として、原点 $(\rho \neq 0)$ から離れることができる前述の N 個 D0-brane は、k 個の D2-brane と N 個の D0-brane の束縛状態で、その幾何学的構造は二次元トーラス ($\rho =$ 固定、(φ, y) 方向に巻きつく) と解釈されることが分かった。重要なのは、このような時空の部分多様体はトポロジー的に自明なサイクルであるという点である。したがって、何故このような多様体に D-brane が巻きついたものが存在できるのか一見不思議である。我々は、D-brane 上の有効理論を与える DBI 作用をこの背景に応用してこの疑問を解決した。それによると、D2-brane 上のゲージ場の Flux F が特別な値をとるときのみ、その F と B の効果で、系が安定化する。この特別な値が丁度、前述の束縛状態の場合と一致する。

このように、$H = dB$ の Flux が存在する系では、D2-brane が D0-brane と束縛状態を作って膨らむという現象が起こりえることが分かった。似たような例が SU(2)WZW モデルの D-brane の場合に知られていて、このことはもっと一般に成り立つ可能性がある。この場合、超弦理論では、Flux の存在によって、幾何学のホモロジーの概念自体が変更を受けることを意味する。HFlux のある系のもう一つの重要な性質として、ディラトン (dilaton) 場が空間に非自明に依存することである。結果として、D0-brane が存在できる場所は、ディラトン場の空間微分がゼロな点に限られる。これは今考えている Melvin 背景では、原点に相当

する。そこから動くには N 個の D0-brane を集めて、D2-brane の形に膨らませないとならないのである。

またこのトーラスに巻きついた D-brane 上のゲージ理論自体も興味深い。B 場とゲージ Flux$F$ の存在によって、その理論が非可換幾何で記述されるからである。その具体的な値から、トーラスを非可換トーラス $\mathcal{A}_\theta$ と同一視でき、非可換性パラメータは $\theta = \beta\alpha'/R = k/N$ で与えられる。

一方 D1-brane は、B 場の影響はほとんど受けないが、Kaluza-Klein ゲージ場の影響を時空の計量の歪みとして感知する。結果として D1-brane は測地線に沿って螺旋上に存在すると考えられるが、実際に境界状態の解析からこのことが確かめられる。このとき興味深いことは、qR の値が有理数の場合は有限回 $\mathbf{S}^1$ に巻きつけば、元に戻り閉じた構造になるが、無理数のときは無限回巻きつくことになり閉じない。この事実は前述の D0-brane の結果と T-duality で等価である。

両者に共通する興味深い事実として、背景の閉弦理論は超対称性を破るが、D-brane 上の開弦理論には Bose-Fermi 縮退が起こり、あたかも超対称性が存在するように見える場合があることが挙げられる。また、一般に閉弦理論にはタキオンが存在するが、開弦理論にはタキオンは一切存在しない。

以上の D-brane についての結果は、高次元の超対称性をもつ Melvin 背景に拡張できる。このとき D-brane 上に超対称性が存在し BPS 状態となる。