論文の内容の要旨

論文題目：An Econometric Analysis of Japanese Derivatives Market
（日本の派生証券市場の計量経済分析）

氏名：　金　璐晋（キム　ヨンジン）

Black-Scholes-Merton のオプション価格付け理論に関する画期的な業績以来、この理論の拡張は常に計量経済学的検証を要求し、また投資家の意思決定の産物である市場データの分析は現実とより整合的な理論の改良を求めて来た。オリジナルなオプション価格モデルにおいて最も重要な仮定としてオプションの満期日まで金利と原資産のボラティリティが一定であることが考えられる。金利（利子率）は経済におけるエージェントの異時点間の最適消費配分と直接的な関係にあり、その水準は時間的に変化すると捉えるのが自然である。金利の期間構造は経済学の古典的なトピックでもある。また、オプション価格への影響力が一番大きい要素である原資産のボラティリティは，時間的に変動することが経験的に知られている．よってボラティリティの期間構造の分析はオプション価格付け理論の究明の上で不可欠である。実際、金融経済学において以上で言及した二つの仮定の緩和は大概の場合独立的に研究され、またその拡張の有用性が検証されてきた。

他方、金利とボラティリティ・モデルの推定問題は実証金融経済学において中心的な話題でもある。金利（Instantaneous Spot Interest Rate）は代理変数として観測可能な短期金利データを用いることができるが（無論、厳密には金利も観測不可能である）、ボラティリティは潜在変数であり、そのモデル推定は容易とは言い難い。また、連続時間モデルの場合、実際推定においては離散

化の必要があり、これに関する理論も発展しつつある。

本研究の目的は金利と原資産のボラティリティが一般的な連続時間確率過程で記述されるとき、派生証券（あるいは条件付請求権）の理論価格を漸近的な近似式で求めることと、日本の証券市場においていくつかの確率的金利とボラティリティ過程の下でのオプション価格モデルの説明力を比較検証することである。本論文は第 1 部理論編、第 2 部実証編で構成されている。理論編は第 2 章から 4 章まで、実証編は 5 章と 6 章である。第 1 章は序論、第 7 章は結論である。

まず、第 2 章では確率的金利とボラティリティの下でのオプションや先物の価格付け原理が議論できる経済学的な分析土台に関して考察を行った。派生証券の価格付け理論の分析枠組みは大きく無裁定均衡アプローチと消費基準資産価格付け理論アプローチに区分できる。消費・ポートフォリオ・モデルや一般均衡モデル（交換経済と生産経済）の枠組みで派生証券の価格付け理論を論じたあと、無裁定均衡アプローチの枠組みでの分析に関しても触れた。

第 3 章では一般的な連続時間確率過程の金利とボラティリティの下で、小分散漸近展開理論（Small Disturbance Asymptotic Expansion Theory）を適用し、派生証券の理論価格に対する漸近解を導出したあと、その精度をシミュレーションによって確かめた。オプション理論の拡張として確率的な金利を考慮した研究はすでに Merton のオリジナル論文まで遡るが短期金利が正規仮定に従うなど特殊なケースを除けばオプション価格の解析解を求めるのは困難である。またボラティリティが確率的である場合のオプション価格付け理論についても 1980 年代後半以降活発な研究が行われてきたが、オプション価格の解析解が求められるのはボラティリティ過程のごく特殊なケースに限る。金利とボラティリティの局所分散関数のパラメータを各々ε、δとした場合、この小分散パラメータによる原資産価格の漸近展開を施すことによってオプションや先物の価格は金利とボラティリティが確定的な時のオプション価格と金利とボラティリティの変動性による調整項として分解された形で表現できる。たとえばヨーロピアン・コール・オプション価格の場合は

Black-Scholes 価値＋金利とボラティリティのトレンドのオプション価格への寄与分＋金利とボラティリティ変動性のオプション価格への寄与分＋$o(\varepsilon,\delta)$

として表すことができる。このような分解表現は Black-Scholes 公式の自然な拡張であり、一般的な金利・ボラティリティ・モデルにおいて金利とボラティリティの変動性の影響を明示的に捉える利点がある。また、このような結果はアドホックなアプローチではなく厳密な数学的基礎付けに基づいている。

第 4 章は確率的なボラティリティの下でのオプション価格を 3 章とは少し異なるアプローチで考察を行った。結果的には同じインプリケーションであるが、正規変数に関する一種のフーリエ逆変換の公式を用い、求められたオプションの価格がより見通しのよい形で小分散パラメータの 2 次オーダーまで表現できたこととヘッジ比率が言及された点が新しいと言える。

次は、第 2 部の実証編である。第 5 章ではいくつかの代表的な金利モデルの下でのオプション価格付けモデルを取り上げ、日経 225 オプションのプライシング・パフォーマンスの比較分析を行った。まず、正規過程の金利モデルとしては Ho-Lee-Merton モデルと Vasicek モデルを、局所分散関数がレベル依存型であるモデルとしては Cox-Ingersoll-Ross モデルと Brennan-Schwartz モデルを考慮した。検証方法としてはプライシング・パフォーマンス比較日の前一年間において金利モデルの推定を逐次的に行い、検証期間に渡って平均的なプライシング・エラーを比較するアプローチを取った。金利モデルのパラメータ推定方法としては有限標本性質に優れている局所線形化法（Local Linearization Method）による最尤推定法を用いた。短期金利の代理変数としてはコール・レート翌日物を採用し、オプションの価格データは 1992 年 6 月 12 日から 1995 年 6 月 30 日を利用した。分析の結果、取り上げた 4 つの金利モデルの下でのオプション価格のプライシング・パフォーマンスはほぼ同じで、さらにブラック・ショルーズのそれとも差が見られなかった。この結果は金利のオプションのプライシング・パフォーマンスへの影響は大きくないという米国市場での研究結果とおおむね整合的である。

第 6 章は二つの代表的な確率的なボラティリティ・モデル、すなわち対数ボラティリティと平方根ボラティリティの下でのオプション価格モデルのプライシング・パフォーマンスの比較分析を行った。二つのボラティリティ・モデルは 1991 年 1 月 4 日から 1997 年 12 月 30 日までの日経 225 指数の日次データを利用して推定した。検証期間としては 1997 年 12 月 30 日の前後 6 ヶ月を各々イン・サンプル期間とアウト・オブ・サンプル期間と設けた。ボラティリティの推定においてはボラティリティ過程を離散化し、Kitagawa のモンテ・カルロ・フィルター・アルゴリズムを適用した。結果としては確率的なボラティリティを取り入れたオプション・モデルが Black-Scholes モデルよりプライシング・パフォーマンスに優れており、平方根ボラティリティ・モデルが対数ボラティリティ・モデルより説明力が高いことがわかった。確率的なボラティリティのプライシング・パフォーマンスへの貢献は米国と他の国の市場でも確認されており、本研究の結果はこれらの研究結果と整合的である。

既存の研究ではいくつかの金利とボラティリティ過程の下でのオプション価格モデル同士の比較分析は行われていないが、これは限られたクラスの金

利・ボラティリティ過程を除けば閉じた形でのオプション価格の導出が困難であることに起因するところが多いからであろう。本研究ではオプション価格の漸近的近似解を用いることによってオプション・モデルの比較分析が可能であった。

本研究にはいくつかの拡張が考えられる。まず、原資産価格（あるいは収益率）のジャンプ過程を顧慮したオプション・モデルの研究は歴史的にも浅くないが日本の市場での実証研究は皆無であり、これに関する研究が必要である。またジャンプ過程の推定方法自体も大きな研究課題であろう。第２に、オプション・データの時系列化方法およびそれに基づいたオプション・モデル・パラメータの推定もオプション・データの情報内容の活用という面から研究に値すると言える。第３に、離散時間のオプション・モデルの比較も興味深いテーマであると考えられる。