審査の結果の要旨

氏 名　　孫　　任章

本研究はIntegrated Method in Optimization of Nonlinear Structural Problems（非線形構造問題の最適化における統合化手法に関する研究）と題し、非線形有限要素解析 (Nonlinear FEA)をベースにした構造最適化理論をテーマとして行ったものである。本研究の目的は、線形構造の最適化理論において誕生した統合化手法（Integrated Method）を非線形構造問題の最適化へ適用する場合の可能性と有効性について検討することにある。

本論文は以下の５章より構成される。

第１章では従来考案されて来た構造最適化問題に対する各種手法を紹介している。構造問題としては線形問題と非線形問題があり、また非線形問題は負荷経路非依存型問題と負荷経路依存問題に分類されること、最適解探索の為の手法の主流は構造応答の設計変数に対する勾配を基にして行う、いわゆる「勾配法」であり、そのために各種力学問題に対する感度解析法がこれまで研究されてきたこと、等を紹介している。また冒頭で記述した本研究の目的を述べている。

第２章では、最適化手法においては、特に構造解析と最適化探索手法を分離して反復的に実行する‘nested approach’ がこれまでの主流を占めるが、一方両者を統合し設計変数のみならず構造の未知変位ベクトルも探索空間に含め、この拡大された空間で最適解を求める‘integrated approach（統合化手法）’も最近試られつつあること、しかしながら統合化手法に関する研究は主として線形問題について試みられており、非線形問題に関しては非線形弾性問題について極く僅かの研究が行われているにすぎないこと、さらに弾塑性問題のように負荷経路依存型問題についての統合手法に関する研究は全く試みられていないことを紹介している。

第３章では統合化手法に対する数学的アプローチとして、penalty function 法、generalized reduced gradient 法、projected Lagrangian 法など従来検討されて来た手法を吟味した後、まず負荷経路非依存型非線形問題に対して Lagrange 乗数法を利用し、有限要素法で離散化された平衡方程式を付帯条件として Lagrange 汎関数に導入する手法を採用することとした。したがってここでは、設計評価時刻の変位自由度、平衡条件導入のための Lagrange 乗数、設計変数、設計制約条件導入のための Lagrange 乗数、の四者を全て独立変数とみなすことになる。これらの変数により構成される空間を経路非依存型問題の拡大空間 (Augmented Space)と定義する。そして、これらの独立変数に対して Lagrange 汎関数の停留条件式を導く。更にもう一回変数で微分することにより Newton 型の反復計算式のマトリックス方程式が導かれる。このマトリックス方程式に静的縮約 (static condensation) を行ない変位自由度と平衡条件導入のための Lagrange 乗数を消去する。これにより未知変数が、設計変数ならびに設計制約条件導入のための Lagrange 乗数の二者に縮退された簡潔な方程式が導か

れる。この方程式を基に ten-bar truss 構造の線形問題、超弾性問題を解析し良好な結果を得た。また６面体要素による片持ちブロックの解析も行い最適形状を求めた。

第４章では、まず、これまで検討されなてこなかった経路依存型非線形問題に対する統合化手法に対する基礎的検討を行った。その結果本論文では二つの定式化を提案することが出来た。

定式化 I では過去の増分における変位を総て設計変数の陰的な関数とみなし、設計の評価時刻での平衡条件のみを付帯条件として Lagrange 汎関数に導入する。そうすることにより経路非依存型問題と同様、Lagrange 汎関数ならびに拡大空間を使用することが可能となる。ただし経路依存性の性質から、設計変数に対する微分は条件付微分となる。即ち、設計変数に関する微分は、現時刻の変位のみ固定するという条件下で、過去の全ての増分における変位の摂動を考慮する。この条件付き微分の評価は、過去の増分における変位感度の評価が必要であることを意味する。またこのように変位感度を評価するためには、まず全経路に沿っての平衡条件を満たすように解析を行なわれなければならない。次に静的縮約については経路非依存型非線形問題と同様の手順を経て、設計変数ならびに設計制約条件導入のための Lagrange 乗数のみに縮退された簡潔な方程式が得られる。更に式展開を進めると、この縮役された方程式は、最終的に nested approach において得られる Newton 型反復計算のマトリックス方程式のある成分に新たな一つの項を追加した形に変形できることを見い出せた。この興味深い結果は、統合化手法により拡大された空間内での探索が、実は設計変数のみの空間における古典的な Newton 法による探索方向を修正したものになっていることを意味している。なおこのように発見された事実から本研究における一連の手法を Augmented Newton Method と呼んでいる。

定式化 II では過去の全ての変位を独立変数とみなし、各増分での平衡条件を総て付帯条件として Lagrange 汎関数に導入する。経路依存性の性質は過去の変位の摂動を通じて評価される。この概念に基づき、過去の総ての変位履歴、これに対応した各時刻での平衡条件導入のための Lagrange 乗数、そして設計変数と設計制約条件導入のための Lagrange 乗数の四者から構成される空間を定式化 II の拡大空間と定義する。更に以上の場合と同様に定式化を工夫すると、マトリックス方程式の縮退を経て簡潔な方程式が導かれる。
本理論の検証問題として、bilinear 弾塑性材料を仮定し、two-bar truss, ten-bar truss 問題の数値計算を行なった。そして拡大された空間を導入することで古典的 Newton 法では到達できない最小点にも本手法によれば到達できることを実証した。更に形状の最適化問題として、６面体ソリッド要素による片持ちブロックの弾塑性解析もおこない良好な結果を得た。

以上を要するに、本研究は、多数の分岐の持った座屈後解析(post-buckling)問題や摩擦を考慮した接触問題、更に高度な有限ひずみ問題等あらゆる構造非線形問題の最適化に対する一つの基礎理論を提供するものであり、工学的、工業的貢献度が高いと認められる。よって本論文は博士（工学）の学位請求論文として合格と認められる。