

## 論文の内容の要旨

論文題目 A Bayesian Approach to School Effectiveness Research

—Based on a Newly Developed Multilevel Covariance Structure Model—

学校効果研究におけるベイズアプローチ  
〔一新しく開発された階層的共分散構造モデルに基づいて—〕

氏名 Jun Corser LI  
李軍考斯

学校が教育機関の基本単位の一つであることから、学校評価が教育評価における一つの重要な研究領域となっている。また、学校効果の比較研究が、学校評価の一つの側面として注目されている。特に、学校に所属する学生の認知結果を中心にして、学校効果の概念が定義されている。しかし、このような学校効果を比較するのは、統計分析と測定方法に関係するだけではなく、教育方針と教育政策にも関係があり、教育研究において、大きな論争となっている。

本論文では、量的分析の視点から、学校効果を測定する新しいモデルを提案した。この新しいモデルに対して、ベイズアプローチによる数値推定法 (Markov Chain Monte Carlo) を用いてパラメータ推定を行った。また、学生の学習効果に基づいて、学校効果を学校学習効果に位置づけ、中国の高等学校を研究対象として、教育理念分析と測定方法との結合から、実証的な研究を行った。

第1章では、まず、学校効果についての先行研究を紹介した。特に、1980年代から、アメリカとイギリスを始め、オーストラリア、オランダ、ニュージーランドなどの国の研究者は伝統的な回帰分析方法を変化させ、マルチレベル分析 (multilevel analysis) 方法を用いて学校効果研究に焦点を集めている。マルチレベル分析が学校にネストされた学生データの本質を反映し、学校層のランダム効果をモデリングする特徴を持っていることから、学校効果研究に応用されている。次に、学校効果の概念と測定方法の複雑さについて論述した。主に、組織分析の角度から、目標モデル (goal model), システム資源モデル

(system-resource model), 学内プロセスモデル (internal process model) 等のモデルを紹介した.

第2章では、中国の高等学校を研究対象として、学校効果に関する中国の教育システムと教育政策を説明し、目標モデル、評価指標と統計方法の三つの側面から、中国に関する学校効果の評価理論の構成を提案した。また、中国での学校効果の評価理論の操作形式と実行可能性について論述した。

第3章では、学校効果研究における統計方法の発展から、回帰分析及び構造方程モデル、マルチレベル分析などの統計方法について述べた。また、それぞれの推定方法について紹介した。

第4章では、まず、学校効果を測定するマルチレベル分析のモデルを分類説明した。

$$\mathbf{y}_{jk} = \mathbf{v} + \mathbf{Ax}_{jk} + \mathbf{u}_k + \mathbf{e}_{jk}$$

ここで、 $\mathbf{y}_{jk}$  は学校  $k$  の学生  $j$  の輸出指標 (outcome indicators)，或いは結果変量ベクトルである。 $\mathbf{x}_{jk}$  は学校  $k$  の学生  $j$  の輸入指標 (intake indicators)，或いは修正変量ベクトルである。 $\mathbf{u}_k$  は学校層のランダム効果，或いは学校層の残差を表す（学校効果研究において学校効果と考えられる）。 $\mathbf{e}_{jk}$  は学生層の残差を表す。次に、このマルチレベルモデルにおけるランダム効果に因子構造を組み入れ、新しい共分散構造モデルを開発した。

$$\mathbf{y}_{jk} = \mathbf{v} + \mathbf{Ax}_{jk} + \Lambda \mathbf{f}_k + \mathbf{d}_k + \mathbf{e}_{jk}$$

$$\mathbf{f}_k \sim i.i.d.N_m(\mathbf{0}, \Psi), \quad \mathbf{d}_k \sim i.i.d.N_p(\mathbf{0}, \Phi), \quad \mathbf{e}_{jk} \sim i.i.d.N_p(\mathbf{0}, \Sigma_1)$$

ここで、 $\mathbf{d}_k$  は学校層の残差である。 $\Lambda \Psi \Lambda'$  は学校層の潜在因子  $\mathbf{f}_k$  を用いて説明できる学校効果の変動を表す。このモデルでは、多変量の指標を用いるため、学校効果の妥当性を高めることができる。また、潜在因子を利用しているため、多変量でも学校効果の解釈が可能になる。また、モデル上で、学校効果と残差効果を区別し、潜在因子の共通変動で説明することができる。更に、学校層と学生層の変量をモデルに自由に組み込むことで、パフォーマンス指標を十分に利用することができる。

第5章では、ベイズアプローチにより、新しい共分散構造モデルのパラメータ推定を行った。まず、理論的にモデルの記述と識別を論述した後、共分散構造モデルの尤度関数を導いた。次に、一般化共役事前分布の考え方を利用して、パラメータの事前分布として、正規分布と逆ウィッシュレット分布を仮定した。次に、ベイズ理論に基づいて、全パラメータの同時事後分布を導出した。

この同時事後分布から、各パラメータの周辺事後分布を直接積分することができないの

で、数値的MCMC法のGibbs samplingアルゴリズムを用いて、パラメータ推定を行った。また、二つの収束診断指標(Geweke's spectral density diagnosticとGelman and Rubin's convergence diagnostic)を用いてGibbs samplingアルゴリズムの収束診断を確認し、事後予測p値とdeviance検定を利用して、モデルチェックとモデル比較を行った。

$$\begin{aligned}
& p(\mathbf{v}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Sigma}_1 \mid \mathbf{y}_{jk}, \mathbf{x}_{jk}) \\
& \propto L(\mathbf{v}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Psi}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\Sigma}_1 \mid \mathbf{y}_{jk}, \mathbf{x}_{jk}) P(\boldsymbol{\Theta}) \\
& = |\boldsymbol{\Sigma}_1|^{-\sum_{k=1}^{n_k} \frac{n_k}{2}} |\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Lambda}' + \boldsymbol{\Phi}|^{-\frac{k}{2}} \prod_{k=1}^K \iint \cdots \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} c_1 - \frac{1}{2} c_2 \right\} d(\mathbf{u}_k) \\
& |\boldsymbol{\Sigma}_v|^{-1/2} |\boldsymbol{\Phi}|^{-m/2} |\boldsymbol{\Psi}|^{-v_\Psi/2} |\boldsymbol{\Phi}|^{-v_\Phi/2} |\boldsymbol{\Sigma}_1|^{-v_{\Sigma_1}/2} \\
& \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mathbf{v} - \boldsymbol{\eta}_v)' \boldsymbol{\Sigma}_v^{-1} (\mathbf{v} - \boldsymbol{\eta}_v) \right] \\
& \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_0)' (\mathbf{H} \otimes \boldsymbol{\Phi}^{-1}) (\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_0) \right\} \\
& \exp \left( -\frac{1}{2} \text{tr} \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{D}_\Psi \right) \exp \left( -\frac{1}{2} \text{tr} \boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{D}_\Phi \right) \exp \left( -\frac{1}{2} \text{tr} \boldsymbol{\Sigma}_1^{-1} \mathbf{D}_{\Sigma_1} \right) \\
& = |\boldsymbol{\Sigma}_1|^{-(N+v_{\Sigma_1})/2} |\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Lambda}' + \boldsymbol{\Phi}|^{-K/2} |\boldsymbol{\Sigma}_v|^{-1/2} |\boldsymbol{\Phi}|^{-(m+v_\Phi)/2} |\boldsymbol{\Psi}|^{-v_\Psi/2} \\
& \prod_{k=1}^K \iint \cdots \int \exp \left\{ -\frac{1}{2} c_1 - \frac{1}{2} c_2 \right\} d(\mathbf{u}_k) \exp \left\{ -\frac{1}{2} [c_3 + c_4 + c_5] \right\} \\
c_1 & = \sum_{j=1}^{n_k} \left[ (\mathbf{y}_{jk} - \mathbf{v} - \mathbf{Ax}_{jk} - \mathbf{u}_k)' \boldsymbol{\Sigma}_1^{-1} (\mathbf{y}_{jk} - \mathbf{v} - \mathbf{Ax}_{jk} - \mathbf{u}_k) \right] \\
c_2 & = \mathbf{u}_k' (\boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Lambda}' + \boldsymbol{\Phi})^{-1} \mathbf{u}_k \\
c_3 & = (\mathbf{v} - \boldsymbol{\eta}_v)' \boldsymbol{\Sigma}_v^{-1} (\mathbf{v} - \boldsymbol{\eta}_v) \\
c_4 & = (\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_0)' (\mathbf{H} \otimes \boldsymbol{\Phi}^{-1}) (\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}_0) \\
c_5 & = \text{tr} (\boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{D}_\Psi + \boldsymbol{\Phi}^{-1} \mathbf{D}_\Phi + \boldsymbol{\Sigma}_1^{-1} \mathbf{D}_{\Sigma_1})
\end{aligned}$$

第6章では、本論文のモデルに対して、SAS/IMLソフトウェアを使ってプログラムを開発した。Gibbs samplingアルゴリズムのパラメータ推定の確認と収束状況の観測のために、二つのシミュレーション研究を行った。その結果は図表に示された。

第7章では、中国北京市の高等学校を研究対象として、2001年度に調査収集した卒業成績データと、その3年前の高校入学時の成績データに基づいて、学校（学習）効果研究を実証的に実施した。まず、生データを記述的に分析し、その結果とマルチレベルモデルでの分析結果を比較した。次に、共分散構造モデルを使って、有意な結果が示された。また、学校層潜在因子得点を用いて、より適切な学校効果のランキングを示した。

最後に、第8章では、本論文の結論と今後の研究課題について述べた。

Parameter	True	Mean	SD	5%	95%	Coverage	Shrink factor
$v_1$	0	-0.014	0.199	-0.337	0.318	78%	1.51----1.68
$v_2$	0	-0.008	0.174	-0.298	0.277	82%	1.49----1.67
$v_3$	0	-0.008	0.165	-0.280	0.267	76%	1.34----1.46
$v_4$	0	-0.008	0.128	-0.213	0.208	76%	1.35----1.48
$\lambda_1$	0.7	0.702	0.187	0.408	1.020	68%	1.48----1.65
$\lambda_2$	0.6	0.600	0.181	0.321	0.913	78%	1.60----1.80
$\lambda_3$	0.65	0.655	0.186	0.363	0.970	86%	1.59----1.78
$\lambda_4$	0.4	0.400	0.131	0.198	0.624	92%	1.36----1.49
$\phi_{11}$	0.1	0.164	0.105	0.032	0.362	68%	1.27----1.38
$\phi_{22}$	0.1	0.138	0.086	0.026	0.299	78%	1.26----1.37
$\phi_{33}$	0.1	0.136	0.082	0.031	0.290	72%	1.19----1.26
$\phi_{44}$	0.1	0.127	0.074	0.031	0.265	68%	1.32----1.44
$\sigma_{11}^2$	2	2.030	0.112	1.850	2.220	96%	1.35----1.48
$\sigma_{22}^2$	2	2.010	0.114	1.830	2.200	92%	1.38----1.51
$\sigma_{33}^2$	2	2.000	0.109	1.820	2.180	86%	1.34----1.46
$\sigma_{44}^2$	2	2.030	0.126	1.830	2.240	86%	1.52----1.69

Table: Parameter Recovery in the first simulation study

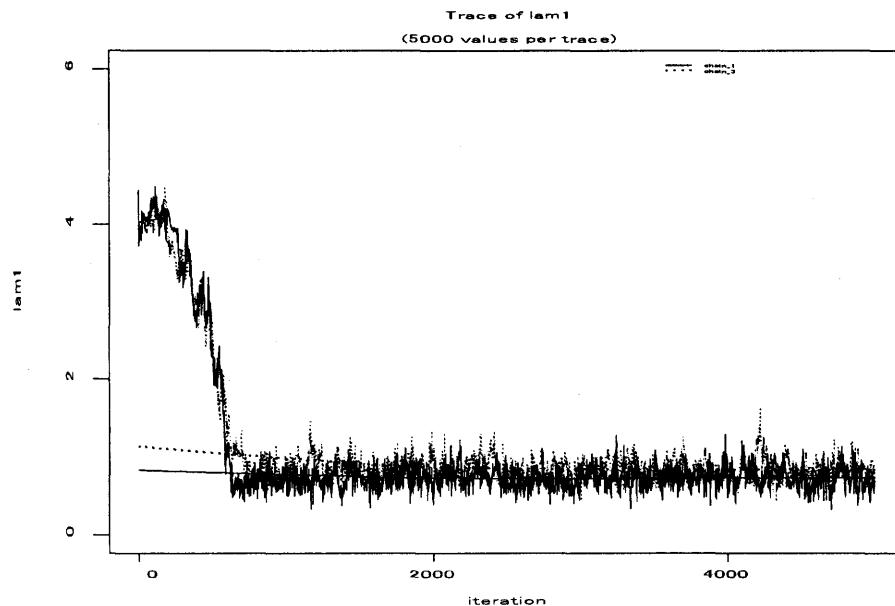


Figure: The trace of two chains Gibbs sampler of  $\lambda_1$