別紙２

# 論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名

山口 貴史

数年前に発見されたD-braneは弦理論の非摂動的な理解の進展に著しく貢献してきた。まず、D-braneは様々な次元に広がった媒質を表し、空間p次元に広がるD-braneはDp-braneと呼ばれる。D-braneは巨視的な観点からは特殊な電荷(RRチャージ)を帯びた弦理論のソリトンと考えられるが、微視的には開いた弦(open string)の端点が掃く部分空間として定義される。このためDp-brane上には(p+1)次元超対称ゲージ理論が誘起される。

平坦な時空ではDp-braneは単に(p+1)次元の超空間$\mathbf{R}^{p,1}$であるが、曲がった空間(複素多様体)の中ではDp-braneは
(1) 正則な部分多様体にそって存在するか、
(2) ラグランジアンと呼ばれる中間次元の部分多様体に巻きついて存在
しなければならないことが知られている。

また、Dp-braneは時空のq-サイクルに巻きつくことによりD(p-q)-braneに変化する。特に、D2-braneは複素多様体の中の正則曲線に巻きつく時にD0-brane、即ち粒子に転化する。最も重要な例は消滅サイクルに巻きつくD2-braneの場合で、ADE型特異点の消滅サイクルに巻きつく時にD2-braneはADE型ゲージ理論のゲージ粒子を与える。このためADE型特異点を含むALE空間上にコンパクト化された弦理論には非摂動的にADE型のゲージ対称性が生成される。

D-braneを研究する上で重要な道具となるものに境界状態(boundary state)がある。上に述べたようにD-braneにはopen stringの端点が着くため、D-braneは境界状態の理論を用いて記述することが出来る。一般に境界状態$|\alpha\rangle$はワールド・シートの境界における共形不変性を課すことにより

$$\left(L_n - \tilde{L}_{-n}\right)|\alpha\rangle = 0 \tag{1}$$

によって定義される。ここで$L_n(\tilde{L}_n)$は右向き(左向き)成分のヴィラソロ作用素である。自由場スカラー場の理論においては、上の条件は弦の端点に関するDirichletないしNeumann型の境界条件に対応することが知られている。

この論文では、$\mathbf{Z}_2$ オービフォルド化された円周 $S^1/\mathbf{Z}_2$ 上にコンパクト化された自由スカラー場に関して、特に円周の半径 $R$ が特定の値をとるとき Dirichlet や Neumann 型以外の新しいタイプの境界状態が存在する可能性を調べている。

この研究以前に、円周 $S^1$ 上の自由ボソンの理論において $S^1$ の半径 $R$ が

$$R = \sqrt{2}\frac{p}{q}, \qquad p, q \in \mathbf{Z} \tag{2}$$

の場合には、標準的な Dirichlet、Neumann 型以外にビラソロ代数の縮退表現からなる境界状態が得られていた。この結果の導出に用いられた重要な事実は次の同等性

$$\text{レベル 1 の } SU(2)\mathrm{WZW} \approx \text{半径 } R = \sqrt{2} \text{の } S^1\text{理論} \tag{3}$$

である。

この論文で学位申請者はオービフォルド理論に関する次の同等性

$$\begin{aligned} &\frac{\widehat{SO}(2k)_1 \times \widehat{SO}(2k)_1}{\widehat{SO}(2k)_2} \\ &\qquad\qquad \approx \text{半径 } R = \sqrt{2k} \text{のオービフォルド } S^1/\mathbf{Z}_2\text{理論} \end{aligned} \tag{4}$$

に注目した。左辺はコセット構成法に基づく共形場理論で $\widehat{SO}(2k)$ の添え字はカレント代数のレベルを表す。この関係によりコセット共形場理論の側で構成した境界状態をオービフォルドの側で再解釈することが可能となる。

コセット共形場理論 $G/H$ においては Lie 代数の外部自己同型でねじった (ツイストした) 境界状態を構成できることが知られている。$SO(2k)$ の外部自己同型は一般には $\mathbf{Z}_2$ であるが、$k=4$ の時は特別で更に $\mathbf{Z}_3$ 対称性が存在するため全体で $S_3$( 3 次の対称群、トライアリティー) に持ちあがる。

外部自己同型でツイストした境界状態とは

$$\left(J_n + \omega(\tilde{J}_{-n})\right)|\alpha\rangle^{\omega} = 0 \tag{5}$$

を満たすものを言う。一般論を用いて $\mathbf{Z}_2$ 外部自己同型でツイストした境界状態を構成すると、オービフォルド側では Dirichlet ないし Neumann 境界条件に対応していることが分かる。しかし、更に $\mathbf{Z}_3$ でツイストしたものは既知のものと対応せず新しい境界状態が得られる。

まず $SU(2)$ の群要素 $g$ に依存する境界状態を

$$|g\rangle = \frac{1}{2^{1/4}} \sum_{j,m,n} D^j_{m,n}(g)|j;m,n\rangle(-1)^{j-n} \tag{6}$$

で定義する。$D^j_{m,n}(g)$ はスピン $j$ の $SU(2)$ の表現行列要素、$|j;m,n\rangle$ は最高ウエイト状態 $|j;j,j\rangle$ から磁気量子数を下げて作った状態

$$|j;m,n\rangle = \frac{1}{(2j)!}\sqrt{\frac{(j+m)!(j+n)!}{(j-m)!(j-n)!}}(J_0^-)^{(j-n)}(\tilde{J}_0^-)^{(j-n)}|j;j,j\rangle \qquad (7)$$

である。学位申請者は $k=4$ のコセット理論において新しい境界状態

$$\frac{1}{2}\left(|g_3\rangle + |g_3 i\sigma^1\rangle + +|g_3 i\sigma^2\rangle + |g_3 i\sigma^3\rangle\right) \qquad (8)$$

が存在することを示した。ここで $g=\frac{1}{2}(1-i\sigma^1-i\sigma^2-i\sigma^3)\in SU(2)$ である。

さらに学位申請者は上の構成を一般化して、非可換オービフォルド $SU(2)/\Gamma$ の場合に

$$\frac{1}{|\Gamma|}\sum_{\gamma\in\Gamma}|\gamma g\gamma^{-1}\rangle \qquad (9)$$

の形の境界状態が存在することを提案している。上式は $\Gamma$ が $SU(2)$ の部分群 $D_n$ の場合には (8) に帰着する。特に $\Gamma$ が T、O、I (4 面体群、8 面体群、20 面体群) の場合には孤立した (モジュライを持たない) 自由スカラー場の理論に相当しておりどのような境界状態が構成できるか興味深い。

学位申請者の仕事は新しいタイプの境界状態をオービフォルドとコセット共形場理論の同型関係を用いて構成している点で面白い着想に基づいている。この論文は石川洋氏との共著論文に基づいているが、論文提出者が主体となって行なったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、本審査委員会は博士（学術）の学位を授与するにふさわしいものと認定する。