

# 論文審査の結果の要旨

氏名 いしはし まさと  
石橋 真人

格子ゲージ理論は量子論的ゲージ理論の非摂動的な力学を研究する最も有力な手法であり、過去20年ほどにわたりQCDにおけるクォークの閉じ込めやハドロン・スペクトルの計算等に格子ゲージ理論の大規模な数値シミュレーションが用いられて大きな成功を収めてきた。現在クォークの閉じ込めの問題は格子理論のデータに基づいて肯定的に解決されたと考えられている。

従来格子理論における特有な困難と考えられていたものに、カイラル・フェルミオンの問題がある。ディラックの微分演算子を格子の上で素朴に離散化すると、いわゆるスピーシーズ・ダブリングの問題が現れる。これは、格子上では運動量のとる値が周期的になるため一階の微分作要素を離散化すると運動量空間で

$$D(p) = \sum_{\mu} \gamma^{\mu} \sin p_{\mu} a \quad (1)$$

の形を持ち ( $a$  は格子定数)、 $D(p)$  は  $p=0$  以外に  $p=\pi/a$  でも零をとるためである。ここで、 $dD(p)/dp$  の符号が  $p=0, \pi/a$  で反対になるため、逆のカイラリティーを持つフェルミオンが  $p=0$  と  $p=\pi/a$  に対になって現れる。この現象がフェルミオン・ダブリングと呼ばれる。

このため、弱い相互作用の理論のようにカイラル対称性をゲージ化した理論を格子状に定義することは従来不可能と考えられてきた。しかし、ここ数年間において格子カイラル・フェルミオンの問題に大きな進展があり、格子定数  $a$  がゼロでない状況で  $a=0$  の連続理論のカイラル対称性に対応する変換が定式化され、この対称性を持つためには作用素  $D(p)$  が Ginsparg-Wilson の関係式を満たす必要があることが認識された。

格子状のカイラル変換は次の形を持つ

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow \psi(x)' = \psi(x) + i\epsilon \hat{\gamma}_5 \psi(x) \\ \bar{\psi}(x) &\rightarrow \bar{\psi}(x)' = \bar{\psi}(x) + i\epsilon \gamma_5 \bar{\psi}(x) \end{aligned} \quad (2)$$

ここで  $\gamma_5$  は通常の  $\gamma_5$  行列、一方  $\hat{\gamma}_5$  は

$$\hat{\gamma}_5 = \gamma_5 - 2a\gamma_5 D, \quad (3)$$

で定義され  $D$  は Ginsparg-Wilson の関係式

$$\gamma_5 D + D \gamma_5 = 2a D \gamma_5 D \quad (4)$$

を満たす作用素である。Ginsparg-Wilson 関係式を用いると射影演算子の条件

$$\hat{\gamma}_5^2 = 1 \quad (5)$$

が確かめられる。(4)を書き直すと

$$\gamma_5 D + D \hat{\gamma}_5 = 0 \quad (6)$$

が得られ、カイラル変換(2)の下でフェルミオンの作用

$$S_F = \sum_x \bar{\psi}(x) D(x) \psi(x) \quad (7)$$

が不変であることが分かる。

関係式(4)を満たす作用素  $D$  でスピーシーズ・ダブリングを持たない具体的な例は Neuberger などによって構成された。このように格子上にカイラル・フェルミオンの問題を乗せる問題は  $a \neq 0$  で成り立つ対称性として定式化され格子理論において厳密な取り扱いが可能になりつつある。

しかし、このようにして定式化されたカイラル対称性においては(2)に見るように  $\psi$  と  $\bar{\psi}$  の変換が異なるため、一般に CP 対称性が破れる可能性がありこの問題は初めてハーゼンフラッツによって指摘された。CP 対称性はカイラルゲージ理論における標準的な対称性であり、素粒子の標準理論においては、カビボ・小林・益川行列の位相によってのみ破れている。このため格子理論の CP 非保存は将来格子理論による標準模型の分析に影響を与える可能性がある。

学位申請者はこうした動機から格子理論の CP 非保存の問題を議論した。

まず、申請者は

- (1) Ginsparg-Wilson 関係式に基づくカイラル・フェルミオンの定式化では一般に格子レベルでの CP 非保存が避けられないことを示し、
- (2) さらにフェルミオンを含む分配関数を調べ量子論的なレベルで CP 非保存がどのような形をとるかを正確に求めた。

その結果つぎのことが示された。格子カイラルゲージ理論において CP 対称性の破れは 3 箇所だけに存在する。一つ目はフェルミオン生成汎関数にかかる位相因子、二つ目は、フェルミオン生成汎関数にかかる次元のある定数因子。三つ目は、外線に現れるフェルミオンプロパゲーターである。最初の二つの破れはトポロジカルセクターだけに依存し、トロジカルセクターが足しあげられるときに、各セクターに掛かるウエイトに吸収できると考えられる。最後の外線のフェルミオンプロパゲーターにおける CP 対称性の破れは取り除くことが出来ない。しかしこの破れは格子定数  $a$  に比例しており、また外線にのみ現れるため量子効果でオーダー  $a^0$  に持ち上げられる可能性は無く連続極限ではゼロに帰着することが期待される。

このように、論文申請者はフェルミオンのループを通した新たなCP非保存は現れずCP非保存は本質的にtreeレベルのものに留まることを指摘した。このため、カイラル対称性の定式化にともなう格子上のCPの破れの問題は連続極限で大きな困難を引き起こす可能性は少ないと結論される。

この論文は、二編の共著論文に基づいているが、論文申請者の寄与が十分にあるものと認められ、審査員一同で学位論文にふさわしいものと認めた。