論文内容の要旨

論文題目　Geometric Engineering of N=2 SU(2) Gauge Theory with Massive Matter Fields

(質量をもつ物質場を含むN=2超対称ゲージ理論の幾何学的構成)

氏名　小西由紀子

本論文ではＳＵ（２）をゲージ群とする $N=2$ 超対称ゲージ理論でゲージ群のベクトル表現に属する N_f 個のハイパー多重項が存在する場合についてジオメトリック・エンジニアリングによる解析を行った。ジオメトリック・エンジニアリングとはＩＩ型の超対称弦理論を実６次元カラビヤウ多様体にコンパクト化して４次元の場の理論を得る手法である: ２つの互いにミラー対称なカラビヤウ多様体を用意しておいて片方（Ａ模型）にＩＩＡ理論をコンパクト化し、もう一方(Ｂ模型) にＩＩＢ理論をコンパクト化する。するとＩＩＡから４次元 $N=2$ ゲージ理論のクーロン相が現れ、ＩＩＢからは対応するサイバーグ・ウィッテン理論（有効Ｕ（１）理論の厳密解）が現れるという仕組みである。

２章ではＳＵ（２）サイバーグ・ウィッテン理論の解析を行った。１つの結果はハイパー多重項の質量が全てゼロの場合のインスタントン振幅の漸近形である（ただしこの結果はジオメトリック・エンジニアリングとは全く関係なく得られたものである）:

$$\mathcal{F}_n \propto \frac{c_{N_f}^n}{n^3(\log n)^2}, \quad n \gg 1. \tag{1}$$

ここで c_{N_f} は１より小さい正の実数である。

もうひとつの結果はこれまで知られていなかった形の a と $a_D := \partial_a \mathcal{F}_{gauge}$ の満たすべき偏微分方程式形系を導出して質量がゼロでない場合のインスタントン補正項を計算したことである。ここで a はN＝２ベクトル多重項に含まれる複素スカラー場の期待値、$\mathcal{F}_{gauge}$ は クーロン相における U(1) 有効理論のプレポテンシャルである。この偏微分方程式系は質量パラメータも変数として含み、その結果容易に解くことができる。導出は原理的にはサイバーグ・ウィッテン曲線から可能であるが、本論文の３章ではジオメトリック・エンジニアリングの手法を用いてミラー対称性の理論から導出した。

さらにハイパー多重項の質量がゼロでない場合のプレポテンシャルの一般的な形を議論した（この議論もサイバーグ・ウィッテン理論の枠組みの中で得られるものである）；今 N_f 個のハイパー多重項がある場合に１つの質量 m_i を無限大に大きくするとそのハイパー多重項はデカップルし、$N_f - 1$ 個のハイパー多重項がある理論が得られる。このことを利用するとプレポテンシャルの Λ^{4-N_f} の n 乗のインスタントン補正項は Λ/a の $(4-N_f)n$ 乗と a^2 に、m_i/a の対称多項式をかけた形になることが分かる。特に質量パラメータについて最も高次の項 $(m_1/a)^n \cdots (m_{N_f}/a)^n \cdot a^2 (\Lambda/a)^{(4-N_f)n}$ の係数は 全ての N_f $(N_f = 0,1,2,3)$ で共通になることが分かる。

３章ではＡ模型のカラビヤウ多様体の幾何学的量（ワールドシートインスタントン数）をジオメトリック・エンジニアリングを用いて調べた。実は４次元でゲージ理論が得られるのはカラビヤウ多様体が退化するときである。これをカラビヤウ多様体のモジュライ空間で見ると、モジュライ空間のある特異点の近傍がゲージ理論に対応していることが分かる。カラビヤウ多様体の湯川結合の振る舞いをこの特異点の周りで調べ、ちょうどサイバーグ・ウィッテン理論のプレポテンシャルの３階微分 が現れることを見た。これと２章で議論したプレポテンシャルの一般形を利用して次のようなワールドシートインスタントン数の漸近的形を得た；

４個のＡ模型のカラビヤウ多様体 V_{N_f} $(N_f = 0,1,2,3)$ はそれぞれ２次元トーリック多様体 $\mathbf{P}^{N_f}_{base}$ 上に楕円曲線（トーラス）がファイバーされた構造を持つ。さらに、$\mathbf{P}^{N_f}_{base}$ はヒルツェブルフ曲面 $\mathbf{F}_2$ の N_f 点ブローアップである。２次のホモロジー群 $H_2(V_{N_f};\mathbf{Z})$ の基底として楕円曲線、$\mathbf{F}_2$ の底空間の $\mathbf{CP^1}$、$\mathbf{F}_2$ のファイバーの $\mathbf{CP^1}$、ブローアップによって生じる N_f 個の (-1) 例外曲線をとり、$\overline{C}_0, \overline{C}_1, \overline{C}_2, E_1, \cdots, E_{N_f}$ と書く。２次のホモロ

ジー類 $\beta \in H_2(V_{N_f};\mathbf{Z})$

$$\beta = n_1[\overline{C}_1] + n_2[\overline{C}_2] + k_1 E_1 + \cdots + k_{N_f} E_{N_f}, \tag{2}$$

に対してワールドシートインスタントン数 d_β の漸近形は $2n_2 \gg n_1$ では次のようになる：

$$d_\beta \sim \gamma_{n_1}(2n_2)^{4n_1-3} \prod_{i=1}^{N_f} \binom{n_1}{k_i} (-1)^{k_i}, \quad (\text{ if } 0 \le k_i \le n_1,\ ^\forall i). \tag{3}$$

γ_n は $N_f = 0, 1, 2, 3$ で共通であり、ハイパー多重項がない場合のインスタントン振幅に比例する。