

論文審査の結果の要旨

氏名 小西由紀子

最近の10年間における場の理論の重要な成果の一つに、Seiberg と Witten による $N = 2$ を持つ $SU(2)$ 超対称ゲージ場理論の低エネルギーでの振る舞いの厳密と考えられる記述の成功がある。これはスカラー場が真空期待値を持ち2個のゲージ場が重くなるが、残りの一つのゲージ場が質量0に留まるいわゆる Coulomb 相にある場合の理論の記述である。この考察は低エネルギーの有効理論の可能な解の集合をリーマン面の考察と関係付けるといふ斬新なものであった。この考察のもっとも面白い結果は、ソリトン解である磁荷を持つ磁気単極子および磁荷と電荷を合わせ持つダイオンと呼ばれるものが、ゲージ理論の強結合相において質量がほぼゼロの粒子として顔を出すことである。Dirac により予想された電荷と磁荷の間の双対性が4次元のゲージ場理論の厳密な記述と考えられるところで非常に現実的な形で現れたことは、画期的なことである。

他方、最近の20年間の素粒子論の中心的な課題の一つとして超弦理論の研究が非常に多くの人たちにより行われ、興味のある多くの結果が得られた。10次元で定義された弦理論を現実の4次元の理論にどうして結びつけるかという問題と関連して、超対称性の考察から6次元の余分な空間を Calabi-Yau 多様体と呼ばれるものにコンパクト化するという考えが出されていた。この Calabi-Yau 多様体の特異点の近傍では4次元理論として見たときのゲージ自由度の増減が現れるという興味ある現象が見つけた。さらに、*IIA* 型と *IIB* 型と呼ばれる超弦理論を2つの異なる Calabi-Yau 多様体にコンパクト化した理論が基本的に同じ物理を記述するという一種の双対性(ミラー (mirror) 対称性と呼ばれる)が発見され、物理と数学の両方の分野の人たちの興味を引き、多くの研究がなされてきた。

これらの二つの興味ある発展をさらに統一的な視点から理解しようという試みとして幾何学的な操作 (geometric engineering) と呼ばれるものがある。この操作では、ミラー対称性で関係付けられる弦理論の *IIA* 模型と *IIB* 模型を、それぞれ場の理論におけるインスタントン展開の立場からの記述と Seiberg と Witten によるリーマン面の立場からの記述に対応させる。本論分提出者は、この操作を用いてゲージ場理論という観点からは複数個の物質場を理論に付け加えた時の振る舞いを研究し、他方弦理論という観点からは Calabi-Yau 多様体にコンパクト化した理論に現れる世界面上のインスタントン数という興味ある数に関係した考察を行った。

本論分の第2章では、まず Seiberg-Witten 理論の簡単なレビューを与えている。 $N = 2$ を持つ超対称なゲージ理論の特徴として、低エネルギーでの有効理論は prepotential と呼ばれる一つの解析関数により記述されることが知られている。さらに最低次のループが一つの量子補正以外は摂動論的な補正は出ないことが知られている。したがって、prepotential に対する考えられる残された量子補正は、ゲージ理論に現れるインスタントン解による非摂動的な補正である。事実、このインスタントン補正のインスタントンの数を増やしていったときの一般的な形は予想されていた。Seiberg-Witten の分析の興味ある点は、これらのインスタントン補正の数係数まで含めた正確な結果を予言したことである。この予言は通常の場合の理論の手法に基づくインスタントン計算のその後の進展により確認され、現在では Seiberg-Witten の結果は全ての次数で正しいものと考えられている。本論文提出者はこの発展のレビューと合わせて、質量を持たない群 $SU(2)$ のベクトル表現に属する物質場 (hypermultiplet と呼ばれる) が3個以内存在するときのインスタントン展開の展開係数の漸近形を与えた。これは、本論分の成果の一部である。

さらに、物質場が3個以内で一般の質量を持つ場合を考察した。具体的には、ミラー対称性に関して現れる弦理論の IIB 模型と Seiberg-Witten 理論の考察から、スカラー場の真空期待値およびその (磁氣的) 双対が満たす方程式の系を求めた。この微分方程式系は場の理論の立場から見た物質場の質量も変数として含んでおり、したがって微分方程式を解くことによりインスタントン展開でインスタントン数が大きい漸近展開の係数の質量依存性も見通しよく議論することができる。こうして得られた prepotential の漸近的な振る舞いは、Seiberg-Witten 理論の枠内でも原理的には求めることができるものではあるが、著者はこれをより広い立場である幾何学的な操作 (geometric engineering) の処方に基づき明快に導いてみせた。興味ある結果は、漸近展開の主要な係数は物質場の数に依存しない部分と質量に陽に依存する項の積で書かれることである。

第3章では、弦理論の IIA 模型の量子論に現れる世界面上のインスタントン (world sheet instanton) と呼ばれるものを考察した。場の理論におけるインスタントンに対応するものとして世界面上のインスタントン数が量子補正を議論するとき基本的な役割を果たす。この数は弦理論を非線形シグマ模型として考察するときには、弦が描く世界面 (例えば球面) とシグマ模型が記述するコンパクト化された時空との位相的な対応関係を記述する。この世界面上のインスタントン効果のインスタントン数が大きい場合の漸近的な展開係数の振る舞いを知ることは興味のある

る問題である。本論文提出者はまず弦理論での *IIB* 模型での 3 点関数とそのゲージ場理論極限の関係を議論した。この考察においては、ゲージ理論のインスタントンに関する漸近展開の結果が基本的な役割を果たす。この結果とミラー対称性の考えを組み合わせる弦理論の *IIA* 模型の考察に結びつけ、3 個以内の物質場に対応する Calabi-Yau 多様体の世界面上のインスタントン数の漸近的な振る舞いを決定した。この数は、場の理論におけるインスタントン展開の係数と密接に関係していると考えられていたが、本論文提出者は事実この二つのインスタントン展開の係数の間には物質場が存在する場合にも非常に密接な関係があることを示した。この結果は本論文の主要部をなすものであり、今後の弦理論の考察において重要性を持つものと考えられる。

このように本論文では場の理論および弦理論に関係した興味ある結果が得られている。なお、本論文は那珂通博氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって分析を行ったものであり、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士（理学）の学位を授与できると認める。