

論文の内容の要旨

論文題目 Incompressible Flow Simulation using Generalized Interpolation-based
Lattice Boltzmann Method
(一般座標系格子ボルツマン法による非圧縮流体解析コードの構築)

氏名：今村 太郎

近年、格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method : LBM) が、従来の数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics : CFD) の解法とは異なる計算手法として注目を集めている。格子ボルツマン法は、流体を有限個の速度をもつ多数の仮想粒子の集合体と近似し、各粒子の並進と衝突とを粒子の分布関数を用いて逐次計算することで、巨視的流れ場をシミュレートする計算方法である。格子ボルツマン法の中で最も一般的なモデルは、衝突演算に Bhatnagar-Gross-Krook (BGK) 衝突モデルを用いる、Lattice BGK (LBGK) モデルである。LBGK モデルは非圧縮流解析を行う計算法である。

これまでの CFD 解析のほとんどは Navier-Stokes 方程式を支配方程式としている。マクロな物理量（圧力や流体の速度）を変数とし偏微分方程式で記述された Navier-Stokes 方程式は非線形方程式であり、計算機を用いて解析する際、差分法や有限体積法等を用いて離散化する。従って CFD の基礎研究は離散化に伴う数値誤差を押さえ、物理的に正しい解を高精度かつ高効率に求める計算手法の開発に重点がおかれてきた。しかし、非圧縮 Navier-Stokes 方程式を差分化して計算する場合、圧力方程式がポアソン方程式の形に変形され、速度の発散が 0 になることを満たすように反復計算が必要となり、一般的に演算量が増大する。

一方、格子ボルツマン法の支配方程式は、ミクロな物理量（分布関数）を変数とした時間発展方程式である。支配方程式はボルツマン方程式から導出され、離散化された形で記述される。完全陽解法であるとともに離散化された式の等方性が満たされている。また、分布関数の速度モーメントとして速度や圧力が計算されるため、反復計算は必要ない。これまでの研究から、特に並列計算機を用いた計算で性能を發揮することが知られている。

これらの長所を持つ LBGK モデルは、非圧縮流体解析法として優れているが、実用問題を取り扱うにはいくつかの障害がある。そのひとつは、計算格子が等間隔直交格子のような等方的な格子に限られる点である。1 時間ステップで隣接する格子点に到達する、という物理モデルで分布関数の並進演算を表すため、格子点は計算領域全体に均一に配置する必要がある。従って、工学的な問題でしばしば現れるレイノルズ数が高い流れの計算を十

分な空間解像度で行うことは全空間を高精度の格子点で覆う必要があり、困難であった。

本論文では、レイノルズ数が高い流れ場について、効率的に計算できる非圧縮流体解析コードを格子ボルツマン法で構築することを目的とする。

まず、効果的に格子点を計算空間に配置するため、一般座標系への拡張法として、Generalized Interpolation-Based Lattice Boltzmann Method (GILBM)を提案する。メトリックスを利用し、一般座標系への座標変換を施すことで、任意の構造格子での計算が可能になる。これまでの格子ボルツマン法は直交座標系で用いられてきたため、物体適合座標系に適した境界条件の設定法がなかった。一般座標系に適した境界条件の設定法についても提案する。

更に GILBM の適用範囲を広げる計算手法を 2 つ提案する。一つはレイノルズ平均 Navier-Stokes 解析で用いられる乱流モデルを GILBM に適用する手法、もうひとつは定常解への収束を加速させる局所時間刻み法と GILBM を組み合わせる手法である。これらの手法を用いることで、航空機周りのような複雑形状かつ高レイノルズ数流れの計算が実用的な計算時間で可能になる。

本論文第一章では、格子ボルツマン法が従来の数値計算手法とは異なる計算手法であることを解説し、一般的な工学問題へ適用するための改善方法について考察する。これまでにも壁近傍で格子解像度を向上させる計算方法について研究されており、それらの研究を概観する。格子ボルツマン法を一般座標系に拡張することで、高レイノルズ数流れの解析に適用可能な手法を構築する、という目的を明らかにする。

第二章ではこれまで一般的に用いられている格子ボルツマン法、LBGK モデルについて解説する。支配方程式と計算格子が密接な関係にあることを示し、この点が一般座標系への拡張を阻んでいることを明確にする。また、従来の境界条件などの設定法とその問題点について解説する。

第三章では、レイノルズ数が高い流れ場について、効率的に計算できる非圧縮流体解析コードを格子ボルツマン法で構築するための、いくつかの計算手法を提案する。

はじめに、格子ボルツマン法が持ち合せる長所を損なうことなく、一般座標系での定式化を行う。He らによって提案された Interpolation-Supplemented LBM (ISLBM) の考えを更に推し進め、任意の格子形状で計算可能な、GILBM の定式化を行う。この際、用いられるアルゴリズムの空間精度を二次精度以上に保つことが、新たな数値粘性を押さえる上で重要であることを示す。あわせて、一般座標系に適した境界条件の導出を行う。壁面上での境界条件は、マクロな物理量を用いて定義される。与えられたマクロな物理量を分布関数に変換する時、分布関数の一次の非平衡量まで考える。分布関数の一次の非平衡量は

Chapman-Enskog 展開を格子ボルツマン方程式に適用し、導出する。一次の非平衡量の評価には、壁面の勾配も含まれるため、形状が精度良く表現されることになる。また外部境界条件としては、無反射境界条件を導出する。従来の非圧縮 Navier-Stokes 解析では、流入流出を区別し設定する必要があったが、本法ではそれが統一的に設定できる。

以上に述べた GILBM の適用範囲を更に広げる方法についても二つ提案する。一つはレイノルズ平均 Navier-Stokes 解析で用いられる乱流モデルを GILBM に適用する手法である。本論文では、Baldwin-Lomax モデルと組み合わせる方法を示す。もうひとつは定常流れについて計算時間を短縮する手法についてである。GILBM を用いた計算では、従来の Navier-Stokes 方程式の差分解法 (MAC 法等) と比べて、数倍長い計算時間をする。そこで格子サイズによって決まる並進演算の安定性 (CFL 条件) から、各格子点で異なる時間刻み幅を用いる方法、局所時間刻み法を GILBM と組み合わせる。

第四章では二次元計算により本手法の有効性の検証を行う。Couette 流れ、キャビティ流れ、円柱周り流れ、翼周り流れの解析を幅広いレイノルズ数に対して行う。実験結果や差分法による計算結果との比較を行い、本計算手法でこれまでの差分法と同様の精度で計算できることが示される。特に翼周り計算のように、境界層を正確に計算しなければならない形状については、直交座標系で高精度な計算を行うことは困難であった。しかし、一般座標系を導入し、Chapman-Enskog 境界条件を用いたことで、従来の Navier-Stokes 解析と同等の結果が得られることが示される。

また、乱流モデルと GILBM を組み合わせたコードの評価も行った。高いレイノルズ数での剥離を伴う翼周り流れの計算結果は、乱流モデルを用いた Navier-Stokes 解析とよく一致し、GILBM においても乱流モデルが正しく機能することがわかる。

局所時間刻み法を導入することの有効性についても計算例を通じ、計算時間短縮の効果を実証する。局所時間刻み法を用いた収束解は時間刻み一定で計算した収束解と一致し、計算時間は四分の一から六分の一程度に短縮することから、本手法は有効であることが示される。GILBM と局所時間刻み法の組み合わせにより、Navier-Stokes 解析などとほぼ同程度の計算時間で定常解が得られる。

第五章では三次元計算についてはキャビティ流れで検証を行う。Delta Wing 周りの計算では、実験結果および Navier-Stokes 解析結果との比較を行い、複雑形状にも適用可能であることを示す。迎角が大きくなった時に Delta Wing 上面側で発生する Vortex Breakdown を格子ボルツマン法で計算した例を示す (図 1 参照)。

第六章では、本計算手法の数値流体力学における位置付けが考察される。LBGK モデルと同様に、本計算手法が並列計算機に適したアルゴリズムであることを示す。本計算手法を航空宇宙分野 (主に離着陸時の空力特性に関する機体周りの低速流れの数値シミュレー

ション) に適用するという目的のもと、超音速旅客機 (Supersonic Transport: SST) 周りの計算例を示す。風洞実験との比較を行い、三次元 SST 風試模型周りの解析のような実用計算においてその有効性を確認する (図 2 参照)。MAC 法を用い、同じ計算条件で計算を行った結果から、計算時間はほぼ同程度であることを示す。GILBM は並列計算に適した計算コードであるので、より大規模な計算を並列計算で行う場合、MAC 法より優れた計算手法であると考えられる。

第七章は結論であり、本論文で構築した一般座標系格子ボルツマン法と、それに付随した計算手法の有効性についてまとめる。以上より、格子ボルツマン法をベースに改良を加えることで、航空宇宙分野へも適用できる実用的な非圧縮流体解析手法が構築されたと言える。

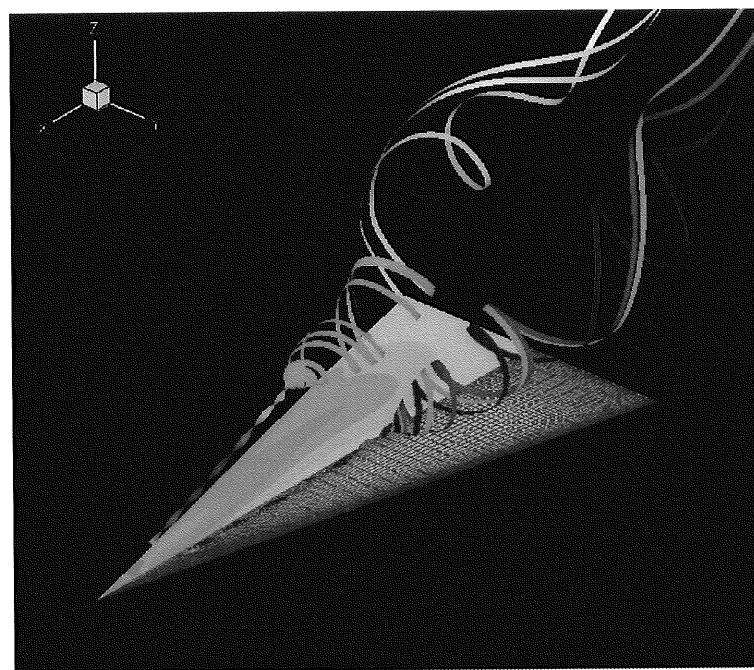


図1：デルタ翼周りの流れの計算例

($Re=9 \times 10^5$ AOA=50[deg])

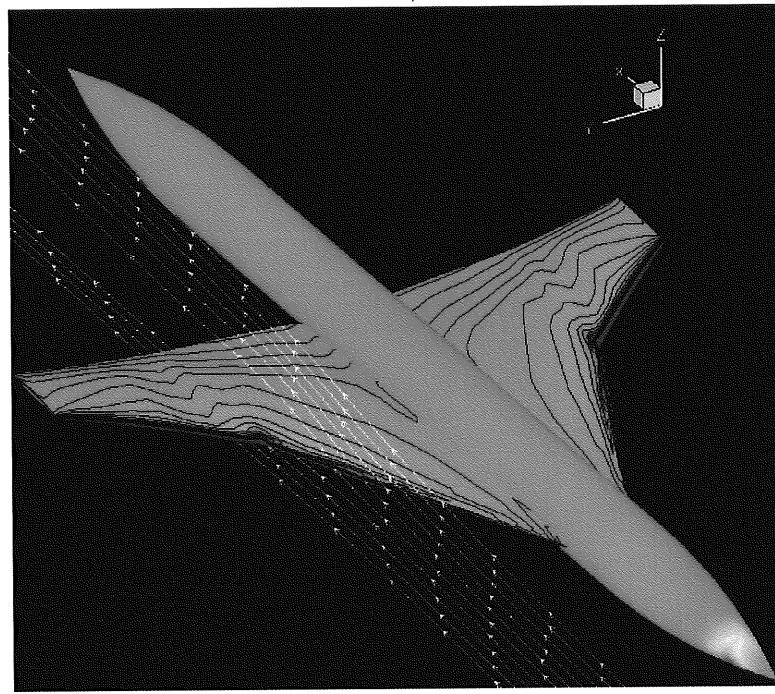


図2：Supersonic Transport 周りの計算

($Re=3.45 \times 10^6$ AOA=5.16[deg])