

論文の内容の要旨

論文題目 Statistical-Mechanics Study on Diversity
(多様性の統計力学的研究)

氏名 島田 尚

1 概観

“多様性”という言葉は、統計物理学においては確立された言葉とは言い難い。しかしながら、系の運動方程式からは非自明なパターンや秩序変数が現われることが知られており、多くの興味を集めて来た。これらの秩序の現われかたが単純である場合にはその系はあまり多様だとはみなされないだろうことを考えると、生成された秩序の多様さを持って系の多様性の一つの指標とみなすことは妥当であろう。一方、生態学においては一般にその系に共存する種の数を指すことが多い。種の数というのは系がもともと持っている自由度の数ではなく、個体間の複雑な相互作用から自己組織的に生じたパターンのようなものであることを考えると、この“多様性”の定義は物理学における“多様性”の概念と共通するものがあると言える。本研究ではこのような視点のもとに多様性の起源と維持のメカニズムに迫るため非平衡力学系及び生態系、さらには脳についての統計力学的に研究を行った。

力学系の部においては、最も簡単な非平衡現象である熱伝導についての研究から非平衡状態では系の加法性が崩れることが一般的であるという知見を得、そのような非加法的系に対して提案されている拡張された統計力学の適用について考察した。

生態系においては、系にスケールレスな振舞いを許すことで多様性の高い相互作用系を生成する簡単なモデルを初めて構築した。また、このモデルにより自己組織的に生成された系の示す性質について観測データとの比較を行い良い一致を得た。

脳へのアプローチではまず同期現象に注目したシミュレーションを行った。この結果ニューロン間の結合の様子が分かれば高度なモデル生物の脳のサイズでも解析可能であることが実証できたので、キョロシヨウジョウバエの脳神経回路の解析にも着手し、統計力学的手法を応用した画像修復法により細胞数の数え上げについて一定の成果を得た。

2 非平衡力学系

2.1 力学系における熱伝導

熱伝導現象は非平衡現象の中でももっとも基本的なものでありながら、力学系を用いた研究から熱伝導率が発散する結果が得られるなど、系のハミルトニアンレベルからの理解には課題が残されていた。本部分では非線型格子において分子動力学シミュレーションを行い、熱伝導の次元依存性を調べた。その結果、一及び二次元系では熱伝導率が熱力学極限で発散するのに対し、三次元系では正常な拡散型熱伝導が再現されるという一致した結果が得られた。さらに、この非線型格子系のシミュレーション及び村上の行ったハードコア系の結果との統一的解析を行い、運動量が保存するような自然な力学系においては系の振舞いにグローバルな相関が残り、次元に応じて熱力学量の異常として現われるという明解な理解を得た。

2.2 HMF モデルにおける非加法的統計力学

前部分で見たように、最も馴染みのある力学系においてさえも非平衡状態では系内に大きなスケールの相関が残る。近年、このような状態を扱うために非相加的エントロピーに基づいて統計力学を拡張することが Tsallis によって提案され、成果を挙げて来た。しかしながらこれまでのところ主に統計分布のレベルでしか検証がなされておらず、対象系のハミルトニアンレベルからの適用による検証が待たれている。

一方、Hamiltonian Mean-Field (HMF) Model

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{p_i^2}{2} + \frac{1}{2N} \sum_{i,j}^N [1 - \cos(\theta_i - \theta_j)] \quad (1)$$

は、系のエネルギーが形式的に示量的になっているが長距離相互作用系であるので相加的ではなく、Tsallis 統計理論の適用先として有望である。実際、V. Latora 達のミクロカノニカルシミュレーションによって相転移点より低温の領域で熱平衡状態とは異なる長寿命な準安定状態が存在し、その準安定状態における一粒子運動量分布がシステムサイズの増加とともに $q > 1$ の Tsallis 分布に漸近することが示されている。本研究ではこの系に Tsallis の Canonical 分布を適用した結果について考察し、力学系への Tsallis 統計の実際の適用の可能性について議論した。

3 生態系

3.1 大規模な生態系のシンプルなモデル

生態系の性質については、その安定性や過去の大絶滅、食物連鎖網や系統樹の構造など、多くの観測、議論がなされてきた。一方で生態系はナイーブにはダーウィンの生存競争によって自己組織的に構成された相互作用系であると考えられる。本研究ではこのストーリーを再現するモデルを提案した。

一般化された Lotka-Volterra モデル

$$\frac{dx_i}{dt} = c_i x_i + \sum_{j=1}^N a_{ij} x_i x_j \quad (i = 1, 2, 3, \dots, N), \quad (2)$$

(普通には、 x_i は種 i の個体数または個体数密度、 a_{ij} は種 $i-j$ 間の相互作用を表す定数である。) に代表されるポピュレーションダイナミクスモデルは、特に少数自由度生態系の研究において主要な役割を担って来た。しかしながら、ポピュレーションダイナミクスモデルを用いて“作り込まずに”多種が共存する状態を実現することは一般的に難しかった。

本研究での我々の提案は、相互作用項の形を別のシンプルな形に変更するというものである。具体的には、種間の相互作用項を $a_{ij} x_i x_j \rightarrow a_{ij} x_i^{1-\lambda} x_j^\lambda$ ($\lambda \in (0, 1)$) と、系のサイズに依存しない型に変更する。これは、Lotka-Volterra 方程式系における単位捕食者当りの捕食率 $a_{ij} x_i$ を種同士の比の簡単な凸関数 $a_{ij} (x_i/x_j)^\lambda$ へと変更することに対応している (但し、 x_i : 被食者 x_j : 捕食者)。捕食相互作用を種同士の比で表すことは数理生態学でも議論されており、必ずしも非現実的なものではない。 λ が $(0, 1/2)$ の範囲内であれば捕食率の凸性は維持されるので、相互作用毎に異なる λ を割り当ててもいいのであるが、今は単純化のために λ を一様にとる。消費者たちの代謝率にあたる c_i も一様な値 (-1) とすれば、この代謝率と生産者の成長スピードとの比のみをパラメーターに持つ次のシンプルな時間発展方程式を得る。

$$\begin{aligned} \text{“plants”} & : \frac{dx_1}{dt} = Gx_1(1-x_1) + \sum_j a_{1j} x_1^{\lambda_{1j}} x_j^{1-\lambda_{1j}} \\ \text{“animals”} & : \frac{dx_i}{dt} = -x_i + \sum_{a_{ij}<0} a_{ij} x_i^{\lambda_{ij}} x_j^{1-\lambda_{ij}} + \sum_{a_{ij}>0} a_{ij} x_i^{1-\lambda_{ij}} x_j^{\lambda_{ij}} \end{aligned} \quad (3)$$

($0 < \lambda_{ij} < 1/2, a_{ij} + a_{ji} < 0$) この方程式系は生産者のロジスティック増殖項を除いて種のエネルギーの様な変換 $x_i \rightarrow \alpha x_i$ に対して同じ発展を与えるので、我々は変更された相互作用項 $a_{ij} x_i^{1-\lambda} x_j^\lambda$ を Size-Free と呼ぶ。

上の時間発展方程式に加えて、方程式の変更前と同様のシンプルな絶滅と変異のルールを導入するのであるが、その詳細は次のようである。

絶滅：ある種の持つエネルギー x_i が 0 になったら、その種は取り除かれ、対応する自由度が系から削除される。これに加えて、他の種から完全に孤立した種が出来た場合はその種は即座に取り除かれる。

ランダム変異 (侵入)：新しい種が時間的にランダムに導入される。新しい種のエネルギーの初期値は非常に小さく ($\sim 10^{-8}$)、先住の種との相互作用の総数及び係数はそれぞれ $(1, 2m), (-1, 1)$ の範囲からランダムに決定される。

このモデルのもたらす結果のうち Lotka-Volterra タイプのモデルとの最大の違いは、系が豊かな相互作用構造を持つ状態へと発展出来ることである (図1)。この Size-Free なモデルにおいてもほとんどの新種は定着に失敗し、侵入に成功したとしても同時にそれまでにいた種が (時には複数) 代わりに絶滅することもあるので、系の自由度は一様に増えるわけではないが、揺らぎながらも少しずつ増加していく。種数が増えるだけでなく、実際に構造が複雑になっていることは系内に存在する栄養段階の数を見ることで確認できる。ここで栄養段階は最短ルートを辿って生産者にたどり着くまでの相互作用の数で定義される。現実の生態系では栄養段階の数は系によって異なるが、2~5程度であるようである。我々のモデルではこれに負けない6~7段の栄養段階を時間的に安定に持つような系も観測できるので、この点では現実の生態系の記述に足るということが出来る。このような多様性の高い系の成長を許す簡単なモデルは今まで他に無かったが、Size-Free な相互作用項の導入によって種の生存していく可能性がスケールレスに許されている我々のモデルではそれが実現できる。

本研究ではさらにこのモデルの示す統計的性質を実際の化石データのものと比較した。その結果、表に示した様に種の寿命や絶滅のサイズなど、異なる複数の観測量について化石データと一致する分布が得られることが分かった。この結果は以下の理由から重要な知見である。第一に、化石データは観測の都合上種ではなく科単位での推定なのでその統計量はその科の下に分類される種のランダムな振舞いとして説明されるのではという議論があった。これに対し、我々のモデルのように種を単位とした競争系から現実と一致する分布が得られたことは意味のあることである。第二に、絶滅のサイズ分布や種の寿命の分布などについては個々にそのプロファイルを再現する簡単な

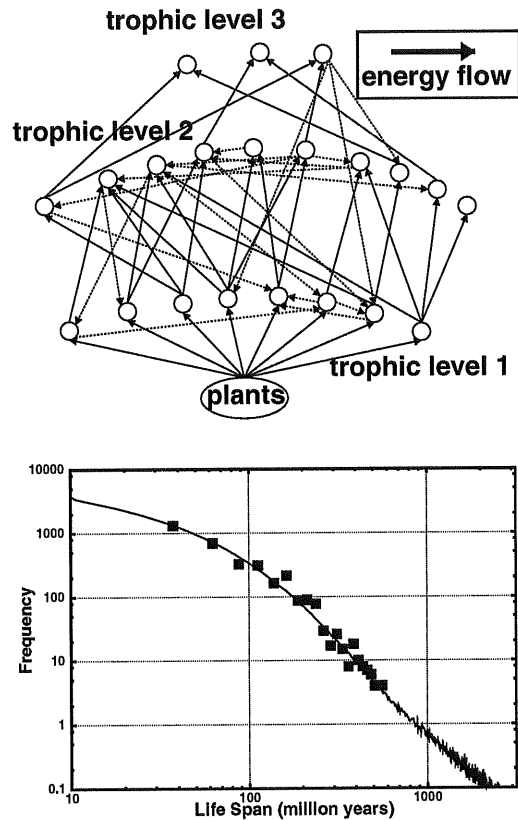


図1: (上図) Size-Free なモデルによって自己組織的に生成された複雑な相互作用構造の一例。○は各々の種を、矢印は種間のエネルギーの流れを表す。ここでは3つの栄養段階が存在するが、これは例えば大陸棚での生態系のもと同じ数である。(下図) シミュレーションにおける種の寿命分布 (実線) と、化石データ (*The Fossil Record 2*) からの算出値 (■) との比較。指数則でもべき則でもない特徴的なプロファイルがよく再現されている。

モデルはいくつか提案されているが、我々のモデルのように多種の共存、絶滅のサイズ及び種の寿命分布という複数の側面に同時に応えるモデルは今まで無かった。このモデルがこれらの側面に同時に対応できたことは、生態系の持つこれらの性質が独立ではない由来を持っていることを示唆していると思われる。一方、現実の系の粗い近似である我々のモデルが絶滅のサイズ分布や寿命分布について一致したプロファイルを示すことは、この性質がボリュメーションダイナミクスの詳細に依らないより単純なモデルに帰着して理解される可能性を示唆している。

3.2 エイジングの簡単なモデルにおける社会的行動の効果

D. Stauffer によって提案された遺伝的な寿命を持った個体群の簡単なモデルに社会的行動の効果を実験的に導入し、数値シミュレーションによって解析した。その結果、若い個体が標準のモデルより高い死亡率を持つような時に観測データに見られる死亡率の指数関数的増加則をより良く再現することが示された。

4 脳

4.1 大規模結合ニューロン系のシミュレーション

二次元正方格子上に配置した結合ホジキン-ハクスレイニューロン系のシミュレーションを行い、同期の有無を調べた。(100 × 100) 程度の大きな系の振舞いについて全系を可視化して調べることにより、これまで (10 × 10) 程度の大きさの系についての研究から同期すると期待されていた領域についても、完全な同期は見られないこと等が分かった。

4.2 統計力学的画像修復法によるキイロショウジョウバエ脳の回路情報の抽出

キイロショウジョウバエの脳はその高度な機能にも関わらず本体の神経細胞が4～5万個と比較的少なく、結合の構造が分かれば詳細なシミュレーションが可能である。また、高度な分子遺伝学的技法により多様な細胞を染め分ける技術が発達しているため脳全体の神経細胞網の網羅的同定が可能なレベルにあり、実際に染め分けられた神経細胞の三次元画像データが蓄積されつつある。しかしながら得られる画像データはノイズや個体差等を不可避免的に含むため、ここから回路情報として意味のあるトポロジカルな構造情報を抽出することは容易ではない。

本研究ではこのような三次元構造情報の抽出の最も簡単な例として、Ising 系を用いた画像修復アルゴリズムによって神経細胞体の三次元画像データから細胞体の位置分布情報を抽出することを試みた。その結果、各細胞体を独立した塊として認識するためには修復画像を参照画像として再度修復すると効果的であることなどが分かった。

	Fluctuation	Extinction Rate	Extinction Size	Life Span of species
Fossil Data	$1/f$	Episodic	Exponential	“Skewed”
Present Model	$1/f$	Episodic	Exponential	“Skewed”
Random Processes	$1/f^2$	Continuous	Exponential	Exponential
SOC Models	$1/f$	Episodic	Power	Power

表 1: 化石データと我々のモデル、その他のモデルの示す種々の統計的性質の比較