論文審査の結果の要旨

氏　名　　萩原　啓

スキームの log 構造の概念は，十数年前 Fontaine, Illusie のアイデアにもとづいて，加藤和也氏によってその基礎付けがなされた理論である．代数多様体に適当な log 構造を付け加えて考えると，トーリック多様体，半安定な退化を持つ多様体の族，tame な分岐を持つ被覆をあたかも，非特異な多様体，退化を持たない多様体の族，不分岐な被覆のように扱うことができ，半安定な退化を持つ代数多様体の p 進ホッヂ理論，ホッヂ構造の退化の研究などへ応用されてきた．特に代数多様体の基本的な数論的不変量であるエタール・コホモロジー，クリスタリン・コホモロジーは log 代数多様体 (=log 構造付きの代数多様体) に拡張され，その性質は詳しく研究されている．しかしながら，代数多様体のもう一つの重要な不変量である K 群が log 代数多様体ではどのような姿をしているかは，その扱いの困難さ故，特に高次の K 群の場合は，ほとんど分かっていなかった．

log 代数多様体のもっとも基本的な例として，分離閉体 k 上定義された非特異代数多様体 X にその上の単純正規交叉因子 D に伴う log 構造 M を与えたものがある．萩原啓氏はこの種の log 代数多様体の log K 群を，D から定まる X の stratification の各成分の (log なしの)K 群を用いて完全に記述することに成功した．ここで log K 群は，Kummer log etale 位相（K_{et} と書く）に関する局所自由層のなす完全圏に伴う K 群として定義される．この局所自由層は，上の (X, M) の場合，X 上 Zariski 局所的には，D の各既約成分の定義関数の n 乗根（n は k 上可逆）をとって得られる X の tame な分岐被覆上で群作用付きの Zariski 局所自由層を考えることと同じである．

log K 群を直接計算することは X が体の場合以外は一般に難しい．萩原氏は，非常に一般的な log scheme に問題を拡張することにより，この困難を克服し，最終的に X が体の場合に問題を帰着させせることに成功している．具体的には次のような方針で主定理を証明している．(1) log 構造が各点で $\mathbb{N}^a$ 型になる k 上の任意の Noether log scheme X に対して，K 群 $K_q(X_{K_{\mathrm{et}}})$ および K' 群 $K_q(X_{K_{\mathrm{et}}})$(連接層のなす完全圏を用いて定義される K 群) を定義．(2) K' 群の満たすべき基本性質である localization sequence:

$$\cdots \to K'_q(Y_{K_{\mathrm{et}}}) \to K'_q(X_{K_{\mathrm{et}}}) \to K'_q(U_{K_{\mathrm{et}}}) \to K'_{q-1}(Y_{Ket}) \to \cdots$$

(Y は X の閉部分 log scheme，$U = X \backslash Y$) および 逆極限との可換性

$$\varinjlim{}_i K'_q((X_i)_{K_{\mathrm{et}}}) = K'_q((\varprojlim{}_i X_i)_{K_{\mathrm{et}}})$$

を証明．(3) log 構造から決まる X の stratification の各成分の log なしの K' 群を用いて X の log K' 群を表わす予想を一般の X に対して定式化．(厳密には stratification は log 構造のみからは定まらず，そのために M-frame という付加構造を新たに導入) (4) (2) の性質および予想の射と localization sequence の両立性を用いて，X の各点の剰余体 (+そこへの X の log 構造の引き戻し) の場合に帰着し予想を証明．(5) X が k 上の正則スキーム（特に k 上の非特異代数多様体) にその上の単純正規交叉因子から定まる log 構造を与えたものの場合，K 群と K' 群が一致することを証明し，主定理の証明を得る．

以上のように，萩原氏は結果の予想もつけにくい難問題に取り組み，最終的に等標数の Noether log scheme の log K 群の構造を見事に明らかにした．log K 群がどのような形になっているかを推察した能力，一般的な log scheme の枠組みで問題を捉えることによって逆に問題が非常に簡単な場合に帰着されることを見抜いた点，ま

たそのために必要な一般の log scheme に対する log K 群の基礎理論を古典的な場合をたどりつつ一から構築した力は高く評価できる．よって，論文提出者 萩原啓 は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．